OLIMPIADA LA *FIZICĂ*
etapa *republicană*, 30/03/2024, *Clasa* 11

Etapa Teoretică *Timp de lucru: 240 minute* *Mult succes!*

Problema 1 **10 p**

Planeta Jupiter are mai mulți sateliți printre care și satelitul Europa. Acesta este observat sub un unghi maxim de $\alpha = 240''$, față de axa observator - centrul planetei, iar planeta Jupiter se observă sub unghiul de $\alpha_0 = 50''$, numit și diametrul unghiular al astrului. Folosind datele numerice de mai jos, considerând corpurile sferice și omogene, determinați:

a) raza orbitei satelitului r;

b) viteza de mișcare orbitală v, considerând mișcarea acestuia circulară;

c) perioada de rotație T a acestuia în jurul planetei Jupiter;

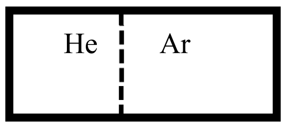
d) accelerația mareică a a unui punct de pe suprafața satelitului, cauzată de forțele mareice (forțe determinate de variația câmpului gravitațional al planetei pe diametrul satelitului).

e) în cât timp t satelitul va atinge suprafața planetei dacă acesta s-ar opri din mișcarea orbitală și ar cădea pe planeta Jupiter;

f) până la ce distanță minimă d_m măsurată din centrul planetei Jupiter ar putea orbita un satelit cu o compoziție și dimensiune similare satelitului Europa, fără ca acesta să se desfacă în bucăți?

Constanta gravitațională $\gamma = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$, masa planetei Jupiter $M = 1{,}9\ 10^{27}\mathrm{kg}$, diametrul planetei Jupiter $2R_J = 140\ 000\ \mathrm{km}$, densitatea planetei Jupiter $\rho_J = 1{,}33\ \mathrm{kg/m^3}$, densitatea satelitului Europa $\rho_E = 3{,}0\ \mathrm{kg/m^3}$, semi diametrul satelitului Europa $R_E = 1\ 560\ \mathrm{km}$, $\pi = 3{,}14$.
Ar putea fi utilă relația: $(1+x)^n \approx 1 + nx, \quad x \ll 1$

Problema 2 **10 p**



Un cilindru orizontal, închis la ambele capete, cu volumul total $V = 100\ \mathrm{cm^3}$ are un piston subțire, etanș care separă cilindrul în două compartimente. Cilindrul a fost inițial vidat, apoi în cavitatea dreaptă a fost pompat $m_2 = 40$ mg de Ar, iar în cea stângă $m_1 = 4{,}0$ mg de He. Temperatura este menținută la valoarea $T_0 = 273{,}15\ \mathrm{K}$, iar pistonul se poate mișca fără frecare. Raza interioară a cilindrului este $r = 2{,}0\ \mathrm{cm}$.

a) Determinați care este poziția x_0 a pistonului față de marginea din stânga a cilindrului, imediat după umplerea compartimentelor acestuia. Determinați presiunile p_1, p_2 în fiecare compartiment imediat după pomparea gazelor.

b) Pistonul are mai multe orificiu pe suprafața sa astfel că atomii de He pot trece în compartimentul din dreapta, iar atomii de Ar nu pot trece în compartimentul din stânga. Determinați presiunile în fiecare compartiment după un timp suficient de mare p_1', p_2', dacă pistonul fost menținut la poziția determinată în punctul precedent.

c) Pistonul a fost eliberat și se poate mișca liber. Determinați poziția x'a acestuia peste un timp suficient de mare. Cât este raportul volumelor compartimentelor $(\frac{V_1'}{V_2'})$?

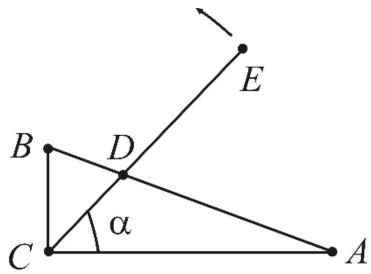
d) Masa pistonului este $m = 10{,}0$ g, iar cilindrul cu pistonul în poziția determinată la punctul precedent, a fost întors vertical, cu compartimentul care conținea inițial Ar în jos. Determinați cu cât s-a deplasat pistonul (y_0).

e) Ce condiții ar trebui modificate ca la o abatere mică a pistonului, acesta să oscileze? Argumentând/specificând condițiile necesare, neglijând forțele de rezistență, determinați perioada acestor oscilații ale pistonului (T_{osc}).

Masa molară a He și Ar sunt $M_1 = 4{,}0\ \mathrm{g/mol}$ și $M_2 = 40\ \mathrm{g/mol}$, respectiv, $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$
Ar putea fi utilă relația: $(1+x)^n \approx 1 + nx, \quad x \ll 1$

Problema 3 **10 p**

O bară conductoare *CE* se rotește în jurul punctului *C*. Poziția inițială a barei este de-a lungul laturii *CA* a unui triunghi dreptunghic confecționat din același fir conductor ca bara rotitoare. Bara are contact permanent cu punctul *C* și un punct *D* de pe conductorul de-a lungul ipotenuzei *AB*. Pozițiile punctelor *D* și *E* se schimbă la rotirea barei. Lungimile laturilor sunt: $l = CE = CA = 2BC$. Fiecare unitate de lungime are rezistenta λ.



a) Scrieți expresiile pentru rezistențele fiecărui segment din figura alăturată, exprimate prin $l,\ \lambda$ când bara *CE* formează unghiul $\alpha = DCA$.
$R_{AC}, R_{CB}, R_{BA}, R_{BD}, R_{DA}, R_{CD}, R_{DE}, R_{CE}$–?

Desenați schemele echivalente ale circuitului, obțineți formula pentru:
b) Rezistența inițială între punctele *CE*
c) Rezistența între punctele *CE* la momentul când bara *CE* formează unghiul $\alpha = DCA$.
d) Rezistența între punctele *BC* când bara *CE* este de-a lungul catetei *CB*
e) Rezistența între punctele *AB* în dependență de unghiul $\alpha = DCA$.
f) Pentru care valori ale unghiului $\alpha\Delta = DCA$ la aplicarea unei tensiuni între punctele *AB,* intensitatea curentului prin porțiunea *CD* va fi nulă?

Ați putea utiliza echivalența dintre circuitele Δ și Y.

OLIMPIADA LA *FIZICĂ*
etapa *republicană*, 30/03/2024, *Clasa* 11

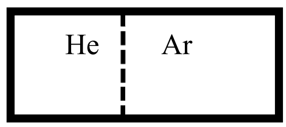
Etapa Teoretică *Timp de lucru: 240 minute* *Mult succes!*

Задача 1 **10 p**

У планеты Юпитер есть несколько спутников, включая Европу. Он наблюдается под максимальным углом $\alpha = 240''$ относительно центральной оси наблюдать - планета, а Юпитер наблюдается под углом $\alpha_0 = 50''$, который называется угловым диаметром планеты. Используя приведенные ниже числовые данные и рассматривая сферические и однородные тела, определите:
a) радиус орбиты спутника *r*;
b) орбитальную скорость v в предположении кругового движения;
c) период обращения *T* вокруг Юпитера;
d) приливное ускорение точки на поверхности спутника a вызванное приливными силами (силами, обусловленными изменением гравитационного поля планеты по диаметру спутника).
e) сколько времени t потребуется спутнику, чтобы достичь поверхности планеты, если он остановит свое орбитальное движение и упадет на Юпитер;
f) на какое минимальное расстояние от центра Юпитера d_m мог бы вращаться спутник, похожий по составу и размерам на Европу, и не разрушиться?

Гравитационная постоянная $\gamma = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$, масса Юпитера $M = 1{,}9\ 10^{27}\mathrm{kg}$, диаметр Юпитера $2R_J = 140\ 000\ \mathrm{km}$, плотность Юпитера $\rho_J = 1{,}33\ \mathrm{kg/m^3}$, плотность Европы $\rho_E = 3{,}0\ \mathrm{kg/m^3}$, полудиаметр Европы $R_E = 1\ 560\ \mathrm{km}$, $\pi = 3{,}14$.
Может быть полезно соотношение: $(1+x)^n \approx 1 + nx, \quad x \ll 1$

Задача 2 **10 p**

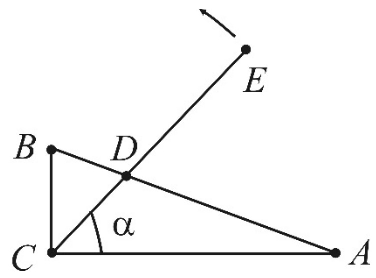


В закрытом с обоих концов горизонтальном цилиндре объемом $V = 100\ \text{см}^3$ находится тонкий герметичный поршень, разделяющий цилиндр на два отсека. Первоначально цилиндр был вакуумирован, затем в правом отсеке закачано $m_2 = 40$ мг Ar, а в левом - $m_1 = 4{,}0$ мг He. Температура поддерживается на значении $T_0 = 273{,}15$ K, а поршень может двигаться без трения. Внутренний радиус цилиндра равен *r*=2,0 см.
a) Определите положение x_0 поршня относительно левого края цилиндра сразу после заполнения отсеков цилиндра. Определите давления p_1, p_2 в каждом отсеке сразу после закачки газов.
b) На поверхности поршня имеется несколько отверстий, так что атомы He могут проходить в правый отсек, а атомы Ar не могут проходить в левый отсек. Определите давления в каждом отсеке через достаточно большое время – p_1', p_2', если поршень оставался в положении, определенном в предыдущем пункте.
c) Поршень освобожден и может свободно двигаться. Определите его положение x', через достаточно большое время. Чему равно соотношение объемов отсеков $(\frac{V_1'}{V_2'})$?
d) Масса поршня равна m =10,0 г, а цилиндр с поршнем в положении, определенном в предыдущем пункте, повернули вертикально, отсеком, содержащим изначально Ar, вниз. Определите, на сколько переместился поршень (y_0).
e) Какие условия необходимо изменить, чтобы поршень колебался при малом отклонении? Сформулируйте/определите необходимые условия, пренебрегая силами сопротивления, определите период этих колебаний поршня (T_{osc}).

Молярные массы He и Ar равны $M_1 = 4{,}0$ г/моль и $M_2 = 40$ г/моль, соответственно, $g = 10\ \mathrm{m/s^2}$.
Может быть полезно соотношение: $(1+x)^n \approx 1 + nx, \quad x \ll 1$

Задача 3 **10 р**

Проводяший стержень EC вращается вокруг точки C. В начальном положении стержень находится на стороне AC прямоугольного треугольника изготовленого из той же проволоки, что и вращающийся стержень. Стержень постоянно соприкасается с точкой C и точкой D на гипотенузе AB. Положения точек D и E меняются при вращении стерженя. Длины сторон равны: $l=CE=CA=2BC$. Каждая единица длины имеет сопротивление λ.



a) Напишите выражения для сопротивлений каждого отрезка на рисунке, выраженных через l,λ, когда стержень CE образует угол $\alpha = DCA$. $R_{AC}, R_{CB}, R_{BA}, R_{BD}, R_{DA}, R_{CD}, R_{DE}, R_{CE}$–?

Нарисуйте эквивалентные электрические схемы, выведите формулу для:
b) начального сопротивления между точками CE;
c) сопротивления между точками CE в момент, когда стержень CE образует угол $\alpha=DCA$;
d) сопротивления между точками BC, когда стержень CE расположен вдоль катета CB;
e) сопротивление между точками AB в зависимости от угла $\alpha=DCA$.
f) При каких значениях угла $\alpha=DCA$ при приложении напряжения между точками AB ток через отрезок CD будет равен нулю?

Можно использовать эквивалентность цепей Δ и Y.

Problema 1 Задача 1 10p

a) 4x0,25p=1,0p

$r = \alpha d \qquad 2R_J = \alpha_0 d \qquad r = \frac{\alpha}{\alpha_0} 2R_J = 6{,}7 \times 10^8$ m

b) 7 x0,25p=1,75p

$\frac{mv^2}{r} = \gamma \frac{Mm}{r^2} \qquad v = \sqrt{\frac{\gamma M}{r}} \qquad v = 1{,}37 \times 10^4$ m/s

c) 7 x0,25p=1,75p

$\frac{mv^2}{r} = \gamma \frac{Mm}{r^2} \quad v = \frac{2\pi r}{T} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{\gamma M}} = 3{,}1 \times 10^5$ s $= 5167$ min $= 86$ h $= 3{,}6$ zile **7x**

d) 5 x0,25p=1,25p

$\Delta m a = F_A - F_B \qquad F_A = \gamma \frac{\boldsymbol{M\,\Delta m}}{(r-R_E)^2} \, F_B = \gamma \frac{M\,\Delta m}{(r+R_E)^2} \qquad R_E \ll r \rightarrow \frac{1}{(r \pm R_E)^2} \approx \frac{1}{r^2}(1 \mp 2R_E/r)$

$a \approx \frac{4\gamma R_E M}{r^3} = 2{,}7 \times 10^{-3}$ m/s^2

e) 10 x0,25p=2,5p

$\frac{mv^2}{d} = \gamma \frac{Mm}{d^2} \quad v = \frac{2\pi d}{T} \qquad \frac{d^3}{T^2} = \frac{\gamma M}{4\,\pi^2}; \qquad d = \frac{r}{2}\,; \qquad T = 2t; \quad \frac{(\frac{r}{2})^3}{(2t)^2} = \gamma \frac{M}{4\,\pi^2}\,;$

$t = \sqrt{\frac{r^3\pi^2}{8\gamma M}} = 5{,}4 \times 10^4$ s $= 902$ min $= 15$ h $= 0{,}63$ zile

f) 7x0,25p=1,75p

$\Delta m a = \gamma \frac{M_E\,\Delta \boldsymbol{m}}{R^2} \qquad \Delta m \frac{4\gamma R M}{{d_m}^3} = \gamma \frac{M_E\,\Delta \boldsymbol{m}}{R^2} \quad \frac{\rho_J}{\rho_E} = \frac{R_J^3}{R_E^3} \qquad d_m = \sqrt[3]{4} R_J \sqrt[3]{\frac{\rho_J}{\rho_E}} = 0{,}82 \times 10^8$ m

Problema 2 Задача 2 10p

a) 12 x0,25p=3,0p

$F_1 = F_2$ $p_1 = p_2$ $p_1V_1 = \nu_1 RT_0$ $p_2V_2 = \nu_2 RT_0$ $V_1 = Sx_0$ $V_2 = V - Sx_0$ $S = \pi r^2$

$\nu_1 = \frac{m_1}{M_1}$ $\nu_2 = \frac{m_2}{M_2}$ $x_0 = \frac{V}{\pi r^2}\frac{m_1 M_2}{m_1 M_2 + m_2 M_1} \approx 4{,}0$ cm

$p_1 = \frac{m_1}{M_1}\frac{RT_0}{x_0 \pi r^2} = 45$ kPa $p_2 = \frac{m_2}{M_2}\frac{RT_0}{(l - x_0)\pi r^2} = 45$ kPa

b) 6x0,25p=1, 5p

$p_1' = p_{He} = \frac{\nu_1 RT_0}{V} = \frac{m_1}{M_1}\frac{RT_0}{V} = 23$ kPa $p_2' = p_{He} + p_{Ar} = \frac{\nu_1 RT_0}{V} + \frac{\nu_2 RT_0}{V_2} = \frac{m_1}{M_1}\frac{RT_0}{V} + \frac{m_2}{M_2}\frac{RT_0}{(l - x_0)\pi r^2} = 68$ kPa

c) 3x0,25p=0,75p

deoarece $p_1' < p_2'$, pistonul lăsat liber se va mișca spre stânga până la marginea cilindrului, deci $x' = 0$, și $\frac{V_1'}{V_2'} = 0$

d) 7x0,25p=1,75p

deoarece $p_{Ar}^{minim} = \frac{\nu_2 RT_0}{V} = 23$ kPa $\gg \frac{mg}{S} = \frac{mg}{\pi r^2} = 80$ Pa, iar He nu va influența mișcarea/poziția pistonului, acesta din urmă va rămâne la marginea de sus a cilindrului, deci $y_0 = 0$

e) 12x0,25p=3,0p

2 x0,25p=0,5p

pentru producerea oscilațiilor trebuie mai întâi ca poziția de echilibru a pistonului să fie mai jos de marginea superioară a cilindrului, pentru a avea posibilitatea să îl abatem. Aceasta poate fi realizată fie pentru un piston cu masă mai mare ($m > 3$ kg), fie să se pompeze Ar în compartimentul de sus la o presiune ~ 23 kPa, fie o parte din gazul din compartimentul de jos să fie expulzat până la o presiune < 80 Pa, fie să se micșoreze temperatura cilindrului sub 1 K.

De exemplu, dacă adăugăm o cantitate ν_2 în compartimentul de sus, apoi după un timp, abatem puțin pistonul de la poziția de echilibru, va apare o diferență de presiune:

6 x0,25p=1,5p

$$\Delta p \approx \frac{\nu_2 RT_0}{\frac{V}{2} - \Delta y S} - \frac{\nu_2 RT_0}{\frac{V}{2} + \Delta y S} = \frac{\nu_2 RT_0}{\frac{V}{2}}\left\{\frac{1}{1 - \frac{2\Delta y S}{V}} - \frac{1}{1 + \frac{2\Delta y S}{V}}\right\} \approx \frac{\nu_2 RT_0}{\frac{V}{2}}\left\{1 + \frac{2\Delta y S}{V} - \left(1 - \frac{2\Delta y S}{V}\right)\right\}$$

$$\approx \frac{4\nu_2 RT_0}{V^2}\Delta y S$$

(s-a neglijat diferența de volum ale compartimentelor, cauzată de presiunea exercitată de piston, deoarece aceasta este mică)

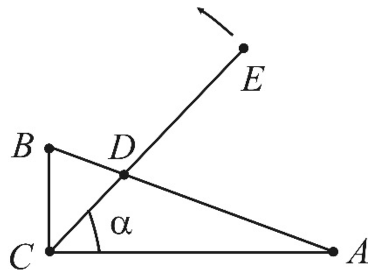
4 x0,25p=1,0p

Forță cuasi-elastică orientată spre poziția de echilibru, are expresia:

$F = \Delta p S = \frac{4S^2 \nu_2 RT_0}{V^2}\Delta y = k\Delta y;$ $k = \frac{4\pi^2\ r^4 \nu_2 RT_0}{V^2}$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = \sqrt{\frac{mV^2}{r^4 \nu_2 RT_0}}$

Problema 3 **Задача 3**

O bară conductoare *CE* se rotește în jurul punctului *C*. Poziția inițială a barei este de-a lungul laturii *CA* a unui triunghi dreptunghic confecționat din același fir conductor ca bara rotitoare. Bara are contact permanent cu punctul *C* și un punct *D* de pe conductorul de-a lungul ipotenuzei *AB*. Pozițiile punctelor *D* și *E* se schimbă la rotirea barei. Lungimile laturilor sunt: $l = CE = CA = 2BC$. Fiecare unitate de lungime are rezistenta λ.



a) Scrieți expresiile pentru rezistențele fiecărui segment din figura alăturată, exprimate prin $l,\ \lambda$ când bara *CE* formează unghiul $\alpha = DCA$.
$R_{AC}, R_{CB}, R_{BA}, R_{BD}, R_{DA}, R_{CD}, R_{DE}, R_{CE}$–?

Desenați schemele echivalente ale circuitului, obțineți formula pentru:
b) Rezistența inițială între punctele *CE*
c) Rezistența între punctele *CE* la momentul când bara *CE* formează unghiul $\alpha = DCA$.
d) Rezistența între punctele *BC* când bara *CE* este de-a lungul catetei *CB*
e) Rezistența între punctele *AB* în dependență de unghiul $\alpha = DCA$.
f) Pentru care valori ale unghiului $\alpha = DCA$ la aplicarea unei tensiuni între punctele *AB,* intensitatea curentului prin porțiunea *CD* va fi nulă?

a) **16x0,2=3,2p**

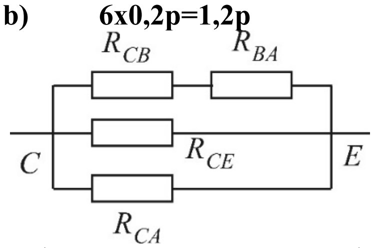
$R_{AC} = AC\,\lambda = l\lambda \qquad R_{CB} = CB\,\lambda = l\lambda/2 \qquad R_{BA} = BA\,\lambda = \sqrt{5}\,l\lambda/2$

$\sin B = \frac{2}{\sqrt{5}} \qquad \sin A = \frac{1}{\sqrt{5}} \qquad \frac{\sin B}{CD} = \frac{\sin(90-\alpha)}{BD} \qquad \frac{\sin A}{CD} = \frac{\sin\alpha}{DA} \qquad BD + DA = BA = \sqrt{5}\frac{l}{2}$

$CD = \frac{l}{\cos\alpha + 2\sin\alpha} \qquad BD = l\frac{\sqrt{5}}{2}\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + 2\sin\alpha} \qquad DE = l\frac{\cos\alpha + 2\sin\alpha - 1}{\cos\alpha + 2\sin\alpha} \qquad DA = l\sqrt{5}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha + 2\sin\alpha}$

$R_{CD} = \frac{l\,\lambda}{\cos\alpha + 2\sin\alpha} \qquad R_{BD} = l\lambda\frac{\sqrt{5}}{2}\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha + 2\sin\alpha} \qquad R_{DE} = l\lambda\frac{\cos\alpha + 2\sin\alpha - 1}{\cos\alpha + 2\sin\alpha} \qquad R_{DA} = l\lambda\sqrt{5}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha + 2\sin\alpha}$

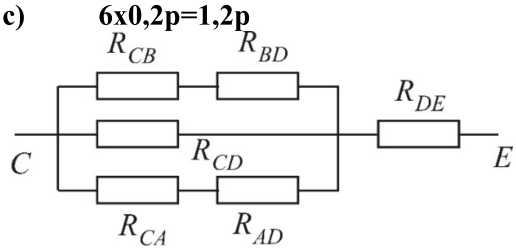
b) **6x0,2p=1,2p**



$$R_{CE_0}^{-1} = (R_{CB} + R_{BA})^{-1} + R_{CE}^{-1} + R_{CA}^{-1}$$

$$R_{CE_0} = \frac{1}{2}(3 - \sqrt{5})l\lambda$$

c) **6x0,2p=1,2p**

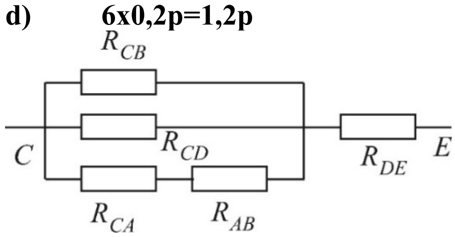


$$(R_{CE_\alpha} - R_{DE})^{-1} = (R_{CB} + R_{BD})^{-1} + R_{CD}^{-1} + (R_{CA} + R_{AD})^{-1}$$

$$R_{CE_\alpha} = $$

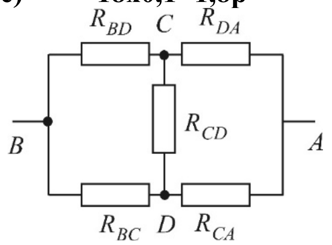
$$= \frac{2l\lambda}{2 + \operatorname{ctg}\alpha} - \frac{(3+\sqrt{5})l\lambda}{(1+\sqrt{5})\cos^2\alpha + (3+\sqrt{5})\cos\alpha(1 + 3\sin\alpha) + 2\sin\alpha\left(3 + \sqrt{5} + (2+\sqrt{5})\sin\alpha\right)} + \frac{l\lambda}{1 + 2\operatorname{tg}\alpha}$$

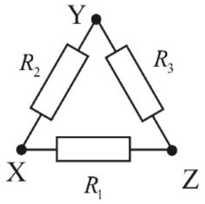
d) **6x0,2p=1,2p**

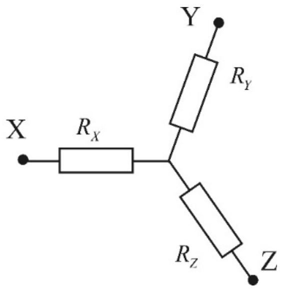


$$(R_{CE_{90}} - R_{DE})^{-1} = R_{CB}^{-1} + R_{CD}^{-1} + (R_{CA} + R_{AB})^{-1}$$
$$R_{CE_{90}} = \frac{(7+3\sqrt{5})l\lambda}{10+4\sqrt{5}}$$

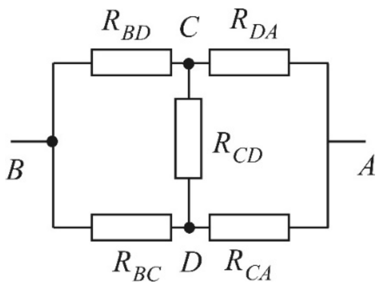
e) **18x0,1=1,8p**



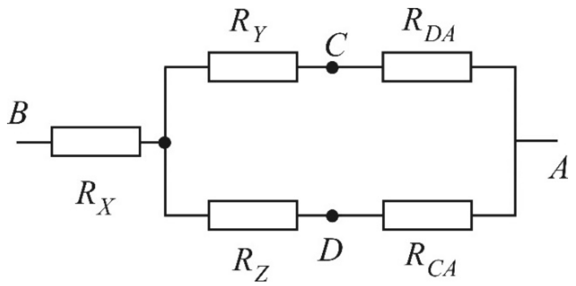




$$R_X + R_Y = \frac{R_2(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3} \qquad R_X = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2+R_3} \qquad R_1 = R_{BC} \qquad R_X = \frac{R_{BC}R_{BD}}{R_{BC}+R_{BD}+R_{CD}}$$
$$R_X + R_Z = \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} \qquad R_Y = \frac{R_2R_3}{R_1+R_2+R_3} \qquad R_2 = R_{BD} \qquad R_Y = \frac{R_{BD}R_{CD}}{R_{BC}+R_{BD}+R_{CD}}$$
$$R_Y + R_Z = \frac{R_3(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3} \qquad R_Z = \frac{R_1R_3}{R_1+R_2+R_3} \qquad R_3 = R_{CD} \qquad R_Z = \frac{R_{BC}R_{CD}}{R_{BC}+R_{BD}+R_{CD}}$$

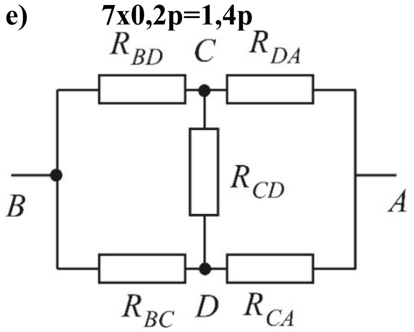


$\leftrightarrow$



$$R_{AB} = R_X + \frac{(R_Y + R_{DA})(R_Z + R_{CA})}{R_Y + R_{DA} + R_Z + R_{CA}} = \cdots$$

e) **7x0,2p=1,4p**



$I_{CD} = 0 \qquad \frac{R_{DA}}{R_{BD}} = \frac{R_{CA}}{R_{BC}} \qquad R_{BD} = l\frac{\sqrt{5}}{2}\frac{\cos\alpha}{\cos\alpha+2\sin\alpha} \qquad R_{DA} = l\sqrt{5}\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha+2\sin\alpha} \qquad \mathrm{tg}\alpha = 1$

$\alpha = 45°$