

**OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ**  
**A doua zi, 5 martie 2023, Clasa a XI-a**

**11.5.** Șirul  $(x_n)_{n=0}^{\infty}$  este definit prin:

$$x_0 = 1, x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2}{2023}, n \in \mathbf{N}$$

Demonstrați că șirul este convergent și  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ .

**11.6.** Rezolvați ecuația

$$\cos 2x - \sin 2x + 2 \cos x + 1 = 0.$$

**11.7.** Fie numerele reale pozitive  $a, b, c$  astfel încât polinomul

$$P(X) = X^3 - 3aX^2 + 3b^2X - c^3$$

are trei rădăcini reale, pozitive și distincte. Arătați că  $a > b > c$ .

**11.8.** Găsiți toate funcțiile continue  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , care verifică relația

$$3 \cdot f(2x + 1) = f(x) + 5x, \forall x \in \mathbf{R}.$$

**Timp de lucru: 240 de minute.**

**Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.**

**MULT SUCCES !**