

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
Второй день, 5 марта 2023 г., IX класс

9.5. Сумма некоторых последовательных нечетных натуральных чисел равна 392. Найдите эти числа.

9.6. Пусть x, y, z — положительные действительные числа. Покажите, что

$$\frac{(x+y)(x+z)(y+z)}{4xyz} \geq \frac{x+z}{y+z} + \frac{y+z}{x+z}$$

9.7. Пусть $ABCD$ — квадрат со стороной 3 см. Точки M, N и P расположены на сторонах (AB) , (BC) и (CD) соответственно так, что четырехугольник $AMNP$ является трапецией с основаниями MN и AP , диагонали которого перпендикулярны, а $BN = 1$ см. Вычислите периметр трапеции $AMNP$.

9.8. Даны ненулевые натуральные числа n, m такие, что $n < m$. Покажите, что

$$S = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{m}$$

не является натуральным числом.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!