

OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ
A doua zi, 5 martie 2023, Clasa a IX-a

9.5. Suma unor numere naturale impare consecutive este 392. Aflați aceste numere.

9.6. Fie x, y, z numere reale pozitive. Arătați că

$$\frac{(x+y)(x+z)(y+z)}{4xyz} \geq \frac{x+z}{y+z} + \frac{y+z}{x+z}$$

9.7. Fie pătratul $ABCD$ cu latura de lungime 3 cm. Punctele M, N și P sunt situate pe latura (AB) , (BC) și, respectiv (CD) astfel, încât patrulaterul $AMNP$ este un trapez cu bazele MN și AP , având diagonale perpendiculare și $BN = 1$ cm. Calculați perimetrul trapezului $AMNP$.

9.8. Numerele naturale nenule n și m satisfac relația $n < m$. Arătați că

$$S = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{m}$$

nu este număr natural.

Timp de lucru: 240 de minute.

Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !