

**OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ**  
**Prima zi, 4 martie 2023, Clasa a IX-a**

**9.1.** Fie triunghiul  $ABC$  cu  $m(\sphericalangle A) > 90^\circ$  și  $a = |BC|$ ,  $b = |AC|$ ,  $c = |AB|$  lungimile laturilor lui. Arătați că ecuația

$$x^2 - (a + b + c)x + b^2 + c^2 = 0$$

are două soluții reale distincte.

**9.2.** Numerele reale  $x, y, z$  satisfac relația  $x + y + z = a$ , unde  $a$  este un număr real fixat. Determinați valoarea maximă posibilă a sumei  $S = xy + yz + zx$ . Pentru care valori  $x, y, z$  această valoare maximă se atinge?

**9.3.** Pe laturile  $BC$  și  $CD$  ale paralelogramului  $ABCD$  se iau respectiv punctele  $E$  și  $F$  astfel încât  $\frac{EB}{EC} = p$  și  $\frac{FC}{FD} = q$ . Fie  $M$  punctul de intersecție a dreptelor  $AE$  și  $BF$ , iar  $N$  punctul de intersecție a dreptelor  $DE$  și  $BF$ . Determinați valorile raporturilor  $\frac{AM}{ME}$  și  $\frac{DN}{NE}$ .

**9.4.** Determinați toate funcțiile  $f: R \rightarrow R$ , care satisfac proprietatea  $f(x + a) \cdot f(x + b) = x$ ,  $(\forall)x \in R$ , unde  $a, b \in R$  sunt numere arbitrare fixate.

**Timp de lucru: 240 de minute.**

**Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.      MULT SUCCES !**