

**OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ**  
**A doua zi, 5 martie 2023, Clasa a IX-a**

**9.5.** Suma unor numere naturale impare consecutive este 392. Aflați aceste numere.

**9.6.** Fie  $x, y, z$  numere reale pozitive. Arătați că

$$\frac{(x+y)(x+z)(y+z)}{4xyz} \geq \frac{x+z}{y+z} + \frac{y+z}{x+z}$$

**9.7.** Fie pătratul  $ABCD$  cu latura de lungime 3 cm. Punctele  $M, N$  și  $P$  sunt situate pe latura  $(AB)$ ,  $(BC)$  și, respectiv  $(CD)$  astfel, încât patrulaterul  $AMNP$  este un trapez cu bazele  $MN$  și  $AP$ , având diagonale perpendiculare și  $BN = 1$  cm. Calculați perimetrul trapezului  $AMNP$ .

**9.8.** Numerele naturale nenule  $n$  și  $m$  satisfac relația  $n < m$ . Arătați că

$$S = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{m}$$

nu este număr natural.

**Timp de lucru: 240 de minute.**

**Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.      MULT SUCCES !**