

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
Второй день, 5 марта 2023 года, VIII класс

8.5 Найдите все упорядоченные пары натуральных чисел (x, y) , которые удовлетворяют равенству $|4x^2 - 4xy + y^2 - 3x - 2y + 56| + 3x + 2y = 56$.

8.6 Найдите все упорядоченные пары простых чисел (m, n) таких, что $2m + n$, $m + 2n$ и $m + n - 28$ являются простыми числами.

8.7 Пусть задан равносторонний треугольник ABC . Точки D , E и F расположены на сторонах (BC) , (CA) и (AB) соответственно так, что прямые DF и AB перпендикулярны, а прямая DE является серединным перпендикуляром отрезка CF . Найдите градусную величину угла DEF .

8.8. 16 коробок пронумерованы числами от 0 до 15. Берутся 2020 шара и на каждый шар записывается некоторое натуральное число от 0 до 15 включительно. Каждый пронумерованный шар помещается в коробку с тем же номером, что у шара. После этого из коробок с номерами 1, 2 и 3 извлекаются все шары, затем с этих шаров стирается записанное ранее число и вместо него записывается число 0, после чего все эти шары помещаются в коробку с номером 0. Аналогично, из коробок с номерами 12, 13 и 14 извлекаются все шары, затем с этих шаров стирается записанное ранее число и вместо него записывается число 15, после чего все эти шары помещаются в коробку с номером 15. В результате этих изменений среднее арифметическое всех первоначально записанных чисел на шарах сократилось на $\frac{1}{10}$. Покажите, что существуют по крайней мере две коробки, для которых положительная разность первоначального количества в них шаров больше или равна 34.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!