

**OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ**  
**Ziua a doua, 5 martie 2023, Clasa a VIII-a**

**8.5.** Determinați toate perechile ordonate de numere naturale  $(x, y)$  care verifică egalitatea

$$|4x^2 - 4xy + y^2 - 3x - 2y + 56| + 3x + 2y = 56.$$

**8.6.** Determinați toate perechile ordonate de numere prime  $(m, n)$  astfel, încât numerele  $2m + n$ ,  $m + 2n$  și  $m + n - 28$  sunt numere prime.

**8.7.** Fie triunghiul echilateral  $ABC$ . Punctele  $D$ ,  $E$  și  $F$  sunt situate pe laturile  $(BC)$ ,  $(CA)$  și, respectiv  $(AB)$  astfel, încât dreptele  $DF$  și  $AB$  sunt perpendiculare, iar dreapta  $DE$  este mediatoarea segmentului  $CF$ . Aflați măsura în grade a unghiului  $DEF$ .

**8.8.** 16 cutii sunt numerotate cu numere de la 0 la 15. Se iau 2020 de bile și pe fiecare bilă se scrie câte un număr natural de la 0 la 15 inclusiv. Fiecare bilă se pune în cutia cu același număr ca și pe bilă. După aceasta din cutiile cu numerele 1, 2 și 3 se scot toate bilele, de pe aceste bile se șterge numărul scris inițial și în locul lui se scrie numărul 0, apoi toate aceste bile se pun în cutia 0. Analog, din cutiile cu numerele 12, 13 și 14 se scot toate bilele, de pe aceste bile se șterge numărul scris inițial și în locul lui se scrie numărul 15, apoi toate aceste bile se pun în cutia 15. În rezultatul acestor schimbări media aritmetică a tuturor numerelor scrise inițial pe bile s-a micșorat cu  $\frac{1}{10}$ . Arătați că există cel puțin două cutii, pentru care diferența pozitivă a numerelor inițiale de bile din ele era mai mare sau egală cu 34.

**Timp de lucru: 240 de minute.**

**Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.      MULT SUCCES !**