

**OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ**  
**Prima zi, 4 martie 2023, Clasa a VII-a**

**7.1.** Numărul natural  $n$  și numărul real  $a$  verifica relația

$$n - \left( \frac{a-1}{a+1517} + \frac{\sqrt{|a|-2023} + \sqrt{2023-|a|}}{a-2023} \right)^{2024} = 0.$$

Determinați ultima cifră a numărului  $n$ .

**7.2.** Mihai scrie pe tablă 17 numere naturale. Demonstrați că Diana oricând poate alege 5 numere dintre cele scrise de Mihai, astfel încât suma numerelor alese de Diana să fie divizibilă cu 5.

**7.3.** Fie  $ABC$  un triunghi ascuțitunghic. Perpendiculara dusă în  $A$  pe  $AC$  și perpendiculara dusă în  $B$  pe  $AB$  se intersectează în punctul  $D$ . Pe latura  $AD$  se ia un punct interior  $E$ , astfel încât triunghiurile  $ABD$  și  $CAE$  sunt congruente. Lungimea laturii  $AB$  este de  $10\text{ cm}$ , iar  $EB \perp BC$ . Calculați perimetrul triunghiului  $ABC$ .

**7.4.** Determinați toate numerele naturale  $n$ , care au exact patru divizori pozitivi, știind că suma tuturor divizorilor pozitivi ai numărului  $n$  este de două ori mai mare decât  $n$ .

**Timp de lucru: 240 de minute.**

**Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.      MULT SUCCES !**

# РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Первый день, 4 марта 2023 г., VII класс

7.1. Натуральное число  $n$  и действительное число  $a$  удовлетворяют соотношению:

$$n - \left( \frac{a-1}{a+1517} + \frac{\sqrt{|a|-2023} + \sqrt{2023-|a|}}{a-2023} \right)^{2024} = 0.$$

Определите последнюю цифру числа  $n$ .

7.2. Майкл пишет на доске 17 натуральных чисел. Покажите, что Диана всегда может выбрать 5 чисел из тех, что написал Майкл, так, чтобы сумма чисел, выбранных Дианой, была кратна 5.

7.3. Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Перпендикуляр, проведенный через  $A$  к  $AC$ , и перпендикуляр, проведенный через  $B$  к  $AB$ , пересекаются в точке  $D$ . На стороне  $AD$  берется внутренняя точка  $E$  такая, что треугольники  $ABD$  и  $CAE$  конгруэнтны. Длина стороны  $AB$  равна 10 см, а  $EB \perp BC$ . Вычислите периметр треугольника  $ABC$ .

7.4. Определите все натуральные числа  $n$ , имеющие ровно четыре положительных делителя, зная, что сумма всех положительных делителей числа  $n$  в два раза больше, чем  $n$ .

**Время работы: 240 минут.**

**Правильное решение любой задачи оценивается в 7 баллов.**

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**