

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

Второй день, 5 марта 2023 г., VII класс

СХЕМА ПРОВЕРКИ ТЕСТА

Примечание. Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов.

7.5. В треугольнике ABC проводим $AD \perp BC$, где $D \in (BC)$. Точки E и F являются серединами отрезков AD и CD соответственно. Определите меру угла BAC , зная, что $BE \perp AF$.		
Решение со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1.	Аргументирует, что $FE \perp AB$	3 балла
2.	Аргументирует, что $EF \parallel AC$	2 балла
3.	Аргументирует, что $BA \perp AC$.	2 балла
Общее количество баллов		7 баллов

7.6. Найдите все полные кубы вида \overline{abc} , для которых однозначные числа a, b и c обратно пропорциональны числам $b + c - a$, $a + c - b$ и $a + b - c$.		
Решение со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1.	Получает $a(b + c - a) = b(a + c - b) = c(a + b - c)$	1 балл
2.	Получает что числа \overline{abc} имеют вид $\overline{aa0}$, \overline{aaa} или $\overline{a0a}$ (по 1 баллу за каждую возможную форму)	3 балла
3.	Аргументирует, что нет полные кубы вида $\overline{aa0}$	1 балл
4.	Аргументирует, что нет полные кубы вида \overline{aaa}	1 балл
5.	Аргументирует, что нет полные кубы вида $\overline{a0a}$	1 балл
Общее количество баллов		7 баллов

7.7. Определите все пары целых чисел m и n , которые удовлетворяют соотношению $49n^2 - 7nm + 3m = 29$		
Решение со схемой распределения баллов		
Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1.	Получает $m = 7n + 3 - \frac{20}{7n-3}$	2 балла
2.	Аргументирует, что $20 : (7n - 3)$	1 балл
3.	Аргументирует, что $n \in \{-1, 1\}$	2 балла
4.	Для $n = -1$ получает $m = 5$	1 балл
5.	Для $n = 1$ получает $m = -2$	1 балл
Общее количество баллов		7 баллов

7.8. Натуральное число n и простые числа p и q удовлетворяют соотношению $\frac{3}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{p}} + \frac{1}{\sqrt{q}}$.

Определите все возможные числовые значения выражения $E = p + q - 2n$.

Решение со схемой распределения баллов

Шаг	Этапы решения	Количество баллов
1.	Получает $9pq = n(4q + p + 4\sqrt{pq})$	2 балла
2.	Аргументирует, что $\sqrt{pq} \in \mathbb{N}$	1 балл
3.	Аргументирует, что $p = q$	2 балла
4.	Получает $p = q = n$	1 балл
5.	Получает $E = 0$	1 балл
	Общее количество баллов	7 баллов