

OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ
A doua zi, 5 martie 2023, Clasa a VII-a

BAREM DE EVALUARE

Remarcă. Rezolvarea corectă a oricărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

7.5. n triunghiul ABC construim $AD \perp BC$, unde $D \in (BC)$. Punctele E și F sunt mijloacele segmentelor AD , și respectiv CD . Determinați măsura în grade a unghiului BAC , știind că $BE \perp AF$.		
Rezolvare cu barem de evaluare		
Pas	Etapе ale rezolvării	Punctaj acordat
1.	Argumentarea că $FE \perp AB$	3 puncte
2.	Argumentarea că $EF \parallel AC$	2 puncte
3.	Argumentarea că $BA \perp AC$	2 puncte
		Punctaj total
		7 puncte

7.6. Determinați toate cuburile perfecte de forma \overline{abc} , pentru care numerele de o cifră a, b și c sunt invers proporționale cu numerele $b + c - a, a + c - b$ și $a + b - c$.		
Rezolvare cu barem de evaluare		
Pas	Etapе ale rezolvării	Punctaj acordat
1.	Scierea relației $a(b + c - a) = b(a + c - b) = c(a + b - c)$	1 punct
2.	Obținerea că numerele \overline{abc} capătă forma $\overline{aa0}, \overline{aaa}$ sau $\overline{a0a}$ (câte 1 punct pentru fiecare formă)	3 puncte
3.	Argumentarea că numerele de forma $\overline{aa0}$ nu sunt cuburi perfecte	1 punct
4.	Argumentarea că numerele de forma \overline{aaa} nu sunt cuburi perfecte	1 punct
5.	Argumentarea că numerele de forma $\overline{a0a}$ nu sunt cuburi perfecte	1 punct
		Punctaj total
		7 puncte

7.7. Determinați toate perechile de numere întregi m și n , care verifică relația $49n^2 - 7nm + 3m = 29$.		
Rezolvare cu barem de evaluare		
Pas	Etapе ale rezolvării	Punctaj acordat
1.	Obținerea $m = 7n + 3 - \frac{20}{7n-3}$	2 puncte
2.	Argumentarea că $20 : (7n - 3)$	1 punct
3.	Argumentarea $n \in \{-1, 1\}$	2 puncte

4.	Pentru $n = 1$, rezultă $m = 5$	1 punct
5.	Pentru $n = -1$, rezultă $m = -2$	1 punct
	Punctaj total	7 puncte

<p>7.8. Numărul natural n și numerele prime p și q verifică relația $\frac{3}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{p}} + \frac{1}{\sqrt{q}}$. Determinați toate valorile posibile ale expresiei $E = p + q - 2n$.</p>		
Rezolvare cu barem de evaluare		
Pas	Etape ale rezolvării	Punctaj acordat
1.	Obținerea $9pq = n(4q + p + 4\sqrt{pq})$	2 puncte
2.	Argumentarea $\sqrt{pq} \in \mathbb{N}$	1 punct
3.	Argumentarea $p = q$	2 puncte
4.	Obținerea $p = q = n$	1 punct
5.	Obținerea $E = 0$	1 punct
	Punctaj total	7 puncte