

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
5 марта 2022 года, IX-й класс

9.1. В центр „Anticovid” населенного пункта N привезли вакцины двух типов: A и B . Вакцины A были упакованы, в равном количестве, в 9 коробках. Вакцины B были упакованы, также в равном количестве, в 14 коробках. Всего было привезено 363 вакцин. Сколько вакцин каждого типа было привезено в населенный пункт N , если известно, что число вакцин A было больше числа вакцин B ?

9.2. Найти все функции $f : R \rightarrow R$, удовлетворяющие условиям $f(0) > 0$ и

$$f(x+y) = f(x) \cdot f(2022-y) + f(y) \cdot f(2022-x)$$

для любых $x, y \in R$.

9.3. В разностороннем треугольнике ABC обозначим через I точку пересечения биссектрис. Доказать, что прямая, содержащая среднюю линию, параллельную BC , пересекает прямые BI и CI в точках, расположенных на окружности диаметра $[AI]$.

9.4. Пусть a, b, c действительные положительные различные числа. Доказать, что уравнение

$$(a+b+c)x^2 + 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right)x + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 0$$

имеет два различных действительных решения.

9.5. Множество чисел $0, 1, 2, \dots, 2022$ разбито на две группы. Первая группа содержит числа с четной суммой цифр, а вторая – с нечетной суммой цифр. Найти разность между суммой чисел первой группы и суммой чисел второй группы.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ
5 марта 2022 года, IX-й класс

9.1. В центр „Anticovid” населенного пункта N привезли вакцины двух типов: A и B . Вакцины A были упакованы, в равном количестве, в 9 коробках. Вакцины B были упакованы, также в равном количестве, в 14 коробках. Всего было привезено 363 вакцин. Сколько вакцин каждого типа было привезено в населенный пункт N , если известно, что число вакцин A было больше числа вакцин B ?

9.2. Найти все функции $f : R \rightarrow R$, удовлетворяющие условиям $f(0) > 0$ и

$$f(x+y) = f(x) \cdot f(2022-y) + f(y) \cdot f(2022-x)$$

для любых $x, y \in R$.

9.3. В разностороннем треугольнике ABC обозначим через I точку пересечения биссектрис. Доказать, что прямая, содержащая среднюю линию, параллельную BC , пересекает прямые BI и CI в точках, расположенных на окружности диаметра $[AI]$.

9.4. Пусть a, b, c действительные положительные различные числа. Доказать, что уравнение

$$(a+b+c)x^2 + 2\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right)x + \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 0$$

имеет два различных действительных решения.

9.5. Множество чисел $0, 1, 2, \dots, 2022$ разбито на две группы. Первая группа содержит числа с четной суммой цифр, а вторая – с нечетной суммой цифр. Найти разность между суммой чисел первой группы и суммой чисел второй группы.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!