

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

5 марта 2022 г., VIII-й класс

8.1. Найдите все действительные решения уравнения $x^3 - 9(1 - x)^2 = x$.

8.2. В треугольнике ABC проведены биссектриса BL и высота BH . Известно, что $BL = 2 \cdot BH$. Может ли треугольник ABC быть остроугольным? Приведите обоснование.

8.3. Найдите действительные числа a_1, a_2, a_3, a_4 которые удовлетворяют равенству

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2 - 1} + \sqrt{a_3 - 2} + \sqrt{a_4 - 3} = \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - 1.$$

8.4. Дан треугольник ABC и точка O внутри треугольника. Прямая BO пересекает AC в точке E , а прямая AO пересекает BC в точке D . Покажите, что $\frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2$ тогда и только тогда, когда $BD = DC$.

8.5. Найдите все действительные решения уравнения $ax^2 + (a + 1)|x| - a - 1 = 0$, где a – действительный параметр. ($|x|$ обозначает абсолютную величину числа x .)

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

5 марта 2022 г., VIII-й класс

8.1. Найдите все действительные решения уравнения $x^3 - 9(1 - x)^2 = x$.

8.2. В треугольнике ABC проведены биссектриса BL и высота BH . Известно, что $BL = 2 \cdot BH$. Может ли треугольник ABC быть остроугольным? Приведите обоснование.

8.3. Найдите действительные числа a_1, a_2, a_3, a_4 которые удовлетворяют равенству

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2 - 1} + \sqrt{a_3 - 2} + \sqrt{a_4 - 3} = \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - 1.$$

8.4. Дан треугольник ABC и точка O внутри треугольника. Прямая BO пересекает AC в точке E , а прямая AO пересекает BC в точке D . Покажите, что $\frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2$ тогда и только тогда, когда $BD = DC$.

8.5. Найдите все действительные решения уравнения $ax^2 + (a + 1)|x| - a - 1 = 0$, где a – действительный параметр. ($|x|$ обозначает абсолютную величину числа x .)

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!