

OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ

5 martie 2022, Clasa a VIII-a

8.1. Aflați toate soluțiile reale ale ecuației $x^3 - 9(1 - x)^2 = x$.

8.2. În triunghiul ABC sunt duse bisectoarea BL și înălțimea BH . Se știe că $BL = 2 \cdot BH$. Poate oare triunghiul ABC să fie un triunghi ascuțitunghic? Argumentați.

8.3. Determinați numerele reale a_1, a_2, a_3, a_4 , care verifică egalitatea

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2 - 1} + \sqrt{a_3 - 2} + \sqrt{a_4 - 3} = \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - 1.$$

8.4. Fie triunghiul ABC și un punct O în interiorul triunghiului. Dreapta BO intersectează AC în punctul E , iar dreapta AO intersectează BC în punctul D . Arătați că $\frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2$ dacă și numai dacă $BD = DC$.

8.5. Aflați toate soluțiile reale ale ecuației $ax^2 + (a + 1)|x| - a - 1 = 0$, unde a este un parametru real. ($|x|$ reprezintă valoarea absolută a numărului x .)

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA MATEMATICĂ

5 martie 2022, Clasa a VIII-a

8.1. Aflați toate soluțiile reale ale ecuației $x^3 - 9(1 - x)^2 = x$.

8.2. În triunghiul ABC sunt duse bisectoarea BL și înălțimea BH . Se știe că $BL = 2 \cdot BH$. Poate oare triunghiul ABC să fie un triunghi ascuțitunghic? Argumentați.

8.3. Determinați numerele reale a_1, a_2, a_3, a_4 , care verifică egalitatea

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2 - 1} + \sqrt{a_3 - 2} + \sqrt{a_4 - 3} = \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - 1.$$

8.4. Fie triunghiul ABC și un punct O în interiorul triunghiului. Dreapta BO intersectează AC în punctul E , iar dreapta AO intersectează BC în punctul D . Arătați că $\frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2$ dacă și numai dacă $BD = DC$.

8.5. Aflați toate soluțiile reale ale ecuației $ax^2 + (a + 1)|x| - a - 1 = 0$, unde a este un parametru real. ($|x|$ reprezintă valoarea absolută a numărului x .)

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !