Notă. Oricare solutie corectă a problemei se apreciază cu 7 puncte.

СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧИ 8.1

8.1. Найдите все действительные решения уравнения $x^3 - 9(1-x)^2 = x$.		
№	Этапы решения	Очки
1.	Написал, что $x = 1$ является решением уравнения	1
2.	Нашел факторизацию из которой вытекает, что $x - 1 = 0$	2
3.	Получил уравнение $x^2 - 8x + 9 = 0$	1
4.	Написал все решения исходного уравнения $S = \{1, 4-\sqrt{7}, 4+\sqrt{7}\}$	3
	Всего	7

СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧИ 8.2

8.2. В треугольнике ABC проведены биссектриса BL и высота BH. Известно, что $BL = 2\,BH$. Может ли треугольник ABC быть остроугольным ? Приведите обоснование.

№	Этапы решения	Очки
1.	Применил метод от противного, предпологая что треугольник ABC является остроугольным.	1
2.	Написал что H и L являются внутренними точками стороны AC.	1
3.	Из $BL = 2\,BH$ вывел, что $m(\angle BLH) = 30^{\circ}$, а $m(\angle HBL) = 60^{\circ}$.	1
4.	Написал равенства $m(\angle ABL) = m(\angle ABH) + m(\angle HBL) = m(\angle ABH) + 60^{0}$	1
5.	Получил, что $m(\angle ABL) > 60^{\circ}$.	1
6.	Поскольку BL является биссектрисой угла ABC $\Rightarrow$ $m(\angle ABC) = 2 \cdot m(\angle ABL) > 120^{\circ}$ $\Rightarrow$ уголl ABC тупой.	1
7.	Получил противоречие с предположением, что треугольник ABC является остроугольным.Значит, треугольник ABC не остроугольный.	1
	Всего	7

СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧИ 8.3

<table>
<tr><td colspan="3">8.3. Найдите действительные числа a_1, a_2, a_3, a_4 которые удовлетворяют равенству
$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2 - 1} + \sqrt{a_3 - 2} + \sqrt{a_4 - 3} = \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - 1.$$</td></tr>
<tr><td>№</td><td>Этапы решения</td><td>Очки</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>Находит области допустимых значений для каждого числа: $a_1 \geq 0$, $a_2 \geq 1$, $a_3 \geq 2$ și $a_4 \geq 3$, т.е. $a_1 \geq 0, a_2 - 1 \geq 0, a_3 - 2 \geq 0$ și $a_4 - 3 \geq 0$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Получает неравенства
$\sqrt{1 \cdot a_1} \leq \frac{a_1+1}{2}$, $\sqrt{1 \cdot (a_2 - 1)} \leq \frac{a_2-1+1}{2} = \frac{a_2}{2}$, $\sqrt{1 \cdot (a_3 - 2)} \leq \frac{a_3-2+1}{2} = \frac{a_3-1}{2}$,
$\sqrt{1 \cdot (a_4 - 3)} \leq \frac{a_4-3+1}{2} = \frac{a_4-2}{2}$.</td><td>4</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Суммируя, находит
$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2 - 1} + \sqrt{a_3 - 2} + \sqrt{a_4 - 3} \leq \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1 =$
$\frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - 1$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Неравенство становится равенством при условии что все числа, участвующие в неравенствах средних, должны быть равными. Значит,
$a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, a_4 = 4$.</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="2">Всего</td><td>7</td></tr>
</table>

СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧИ 8.4

8.4. Точка O расположена внутри треугольника ABC . Прямая BO пересекает AC в точке E, а прямая AO пересекает BC в точке D. Докажите, что $\frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2$, тогда и только тогда, когда $BD = DC$.

№	Этапы решения	Очки
1.	Написал $\frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2 \Leftrightarrow AO \cdot EC = 2AE \cdot OD \Leftrightarrow \frac{AO}{2OD} = \frac{AE}{EC}$.	1
2.	Построил точку $F \in [AD,\ D \in (OF)$, такое, что $[DF] \equiv [OD]$.	1
3.	Получил условия $\frac{AO}{2OD} = \frac{AE}{EC} \Leftrightarrow \frac{AO}{OF} = \frac{AE}{EC}$, из которых вытекает что прямые CF и BE параллельны.	1
4.	Если $[DF] \equiv [OD] \Rightarrow \Delta ODB \equiv \Delta FDC$ (U.L.U.) $\Rightarrow [BD] \equiv [DC]$	1
5.	Обратно, если $[BD] \equiv [DC]$, то построил точку $F \in [AD,\ D \in (OF)$, такое , что $[DF] \equiv [OD]$. Из $m(\angle ODB) = m(\angle FDC) \Rightarrow \Delta ODB \equiv \Delta FDC$ (L.U.L.)	1
6.	Получил равные накрест лежащие углы $m(\angle OBD) = m(\angle FCD)$, откуда выводит параллельность прямых BE и CF .	1
7.	Применил теорему Фалесса и получил соотношения $$\frac{AO}{OF} = \frac{AE}{EC} \Leftrightarrow \frac{AO}{2OD} = \frac{AE}{EC} \Leftrightarrow \frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2 .$$	1
	Всего	7

СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАЧИ 8.5

8.5. Найдите все действительные решения уравнения $ax^2+(a+1)|x|-a-1=0$, где a – действительный параметр ($|x|$ обозначает абсолютную величину числа x).

№	Этапы решения	Очки
1.	При $a\in(-\infty,-1)$ имеем $S=\left\{-\frac{a+1+\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a},\ \frac{a+1+\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a}\right\}$	1
2.	При $a=-1$ имеем $S=\{0\}$	1
3.	При $a\in\left(-1,-\frac{1}{5}\right)$ имеем $S=\emptyset$	1
4.	При $a=-\frac{1}{5}$ имеем $S=${-2,2}	1
5.	При $a\in\left(-\frac{1}{5},0\right)$ имеем $S=\left\{-\frac{a+1+\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a},\ \frac{a+1+\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a},-\frac{a+1-\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a},\ \frac{a+1-\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a}\right\}$	1
6.	При $a=0$ имеем $S=\{-1,1\}$.	1
7.	При $a\in(0,+\infty)$ имеем $S=\left\{-\frac{a+1-\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a},\frac{a+1-\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a}\right\}$	1
	Всего	7