

Notă. Oricare soluție corectă a problemei se apreciază cu 7 puncte.

BAREMUL DE NOTARE AL ITEMULUI 8.1

8.1. Aflați toate soluțiile reale ale ecuației $x^3 - 9(1 - x)^2 = x$.		
Nr. d/o	Etapele rezolvării	Punctajul acordat
1.	Scrie că $x = 1$ este o soluție a ecuației din enunț	1 punct
2.	Obține o factorizare din care rezultă că $x - 1 = 0$	2 puncte
3.	Obține ecuația $x^2 - 8x + 9 = 0$	1 punct
4.	Află toate soluțiile ecuației din enunț $S = \{1, 4 - \sqrt{7}, 4 + \sqrt{7}\}$	3 puncte
Total		7 puncte

BAREMUL DE NOTARE AL ITEMULUI 8.2

8.2 În triunghiul ABC sunt duse bisectoarea BL și înălțimea BH . Se știe că $BL = 2BH$. Poate oare triunghiul ABC să fie un triunghi ascuțitunghic? Argumentați.

Nr. d/o	Etapetele rezolvării	Punctajul acordat
1.	Aplică metoda reducerii la absurd prin presupunerea că triunghiul ABC este ascuțitunghic.	1 punct
2.	Constată că H și L sunt puncte interioare ale laturii AC .	1 punct
3.	Din $BL = 2BH$ obține $m(\angle BLH) = 30^\circ$, iar $m(\angle HBL) = 60^\circ$.	1 punct
4.	Scrie relațiile $m(\angle ABL) = m(\angle ABH) + m(\angle HBL) = m(\angle ABH) + 60^\circ$	1 punct
5.	Obține că $m(\angle ABL) > 60^\circ$.	1 punct
6.	Cum BL este bisectoarea unghiului $ABC \Rightarrow m(\angle ABC) = 2 \cdot m(\angle ABL) > 120^\circ \Rightarrow$ unghiul ABC este obtuz.	1 punct
7.	Constată contradicția cu presupunerea că triunghiul ABC este ascuțitunghic.	1 punct
Total		7 puncte

BAREMUL DE NOTARE AL ITEMULUI 8.3

8.3 Determinați numerele reale a_1, a_2, a_3, a_4 care verifică egalitatea		
$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2 - 1} + \sqrt{a_3 - 2} + \sqrt{a_4 - 3} = \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - 1.$		
Nr. d/o	Etapele rezolvării	Punctajul acordat
1.	Află domeniul valorilor admisibile pentru fiecare număr: $a_1 \geq 0, a_2 \geq 1, a_3 \geq 2$ și $a_4 \geq 3$, adică $a_1 \geq 0, a_2 - 1 \geq 0, a_3 - 2 \geq 0$ și $a_4 - 3 \geq 0$	1 punct
2.	Obține inegalitățile $\sqrt{1 \cdot a_1} \leq \frac{a_1+1}{2}, \sqrt{1 \cdot (a_2 - 1)} \leq \frac{a_2-1+1}{2} = \frac{a_2}{2}, \sqrt{1 \cdot (a_3 - 2)} \leq \frac{a_3-2+1}{2} = \frac{a_3-1}{2}, \sqrt{1 \cdot (a_4 - 3)} \leq \frac{a_4-3+1}{2} = \frac{a_4-2}{2}.$	4 puncte
3.	Prin sumare obține $\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2 - 1} + \sqrt{a_3 - 2} + \sqrt{a_4 - 3} \leq \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} \cdot (a_1 + a_2 + a_3 + a_4) - 1.$	1 punct
4.	Inegalitatea devine egalitate dacă numerele cărora le-am aplicat inegalitatea mediilor sunt egale. Deci $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3, a_4 = 4$.	1 punct
Total		7 puncte

BAREMUL DE NOTARE AL ITEMULUI 8.4

8.4 . Punctul O se află în interiorul triunghiului ABC . Dreapta BO intersectează AC în punctul E , iar dreapta AO intersectează BC în punctul D . Arătați că $\frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2$, dacă și numai dacă $BD = DC$		
Nr. d/o	Etapele rezolvării	Punctajul acordat
1.	Scrie $\frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2 \Leftrightarrow AO \cdot EC = 2AE \cdot OD \Leftrightarrow \frac{AO}{2OD} = \frac{AE}{EC}$.	1 punct
2.	Construim punctul $F \in [AD, D \in (OF)$, astfel încât $[DF] \equiv [OD]$.	1 punct
3.	Obține relațiile $\frac{AO}{2OD} = \frac{AE}{EC} \Leftrightarrow \frac{AO}{OF} = \frac{AE}{EC}$ cu concluzia că dreptele CF și BE sunt paralele.	1 punct
4.	Din $[DF] \equiv [OD] \Rightarrow \triangle ODB \equiv \triangle FDC$ (U.L.U.) $\Rightarrow [BD] \equiv [DC]$	1 punct
5.	Dacă $[BD] \equiv [DC]$, se construiește punctul $F \in [AD, D \in (OF)$, astfel încât $[DF] \equiv [OD]$. Cum $m(\angle ODB) = m(\angle FDC) \Rightarrow \triangle ODB \equiv \triangle FDC$ (L.U.L.)	1 punct
6.	Obține $m(\angle OBD) = m(\angle FCD)$, ele fiind unghiuri alterne interne, obținute la intersecția dreptelor BE și CF cu secanta BC . Rezultă că dreptele BE și CF sunt paralele.	1 punct
7.	Aplică teorema directă a lui Thales și obține relațiile $\frac{AO}{OF} = \frac{AE}{EC} \Leftrightarrow \frac{AO}{2OD} = \frac{AE}{EC} \Leftrightarrow \frac{AO \cdot EC}{AE \cdot OD} = 2 .$	1 punct
Total		7 puncte

BAREMUL DE NOTARE AL ITEMULUI 8.5

8.5. Aflați toate soluțiile reale ale ecuației $ax^2 + (a + 1) x - a - 1 = 0$, unde a este un parametru real ($ x $ reprezintă valoarea absolută a numărului x).		
Nr. d/o	Etapele rezolvării	Punctajul acordat
1.	Pentru $a \in (-\infty, -1)$ avem $S = \left\{ -\frac{a+1+\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a}, \frac{a+1+\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a} \right\}$	1 punct
2.	Pentru $a = -1$ avem $S = \{0\}$	1 punct
3.	Pentru $a \in \left(-1, -\frac{1}{5}\right)$ avem $S = \emptyset$	1 punct
4.	Pentru $a = -\frac{1}{5}$ avem $S = \{-2, 2\}$	1 punct
5.	Pentru $a \in \left(-\frac{1}{5}, 0\right)$ avem $S = \left\{ -\frac{a+1+\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a}, \frac{a+1+\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a}, -\frac{a+1-\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a}, \frac{a+1-\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a} \right\}$	1 punct
6.	Pentru $a = 0$ avem $S = \{-1, 1\}$.	1 punct
7.	Pentru $a \in (0, +\infty)$ avem $S = \left\{ -\frac{a+1-\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a}, \frac{a+1-\sqrt{5a^2+6a+1}}{2a} \right\}$	1 punct
Total		7 puncte