

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА**05 марта 2022, VII – й класс**

7.1. Михаил начертил на доске несколько прямоугольных треугольников такие, что любые два треугольника не имеют общих точек. В каждом из этих треугольников Михаил построил следующие замечательные линии (отрезки): все биссектрисы, все медианы и высоту, проведенную к гипотенузе. Посчитав, сколько замечательных линий он построил всего во всех треугольниках, Михаил получил число 44. Определите, сколько равнобедренных прямоугольных треугольников начертил на доске Михаил.

7.2. Задан треугольник ABC , с тупым углом ABC . Точки D и E принадлежат стороне AC , так, что $AD \equiv DE \equiv EC$, а $BE \perp AB$ и $BD \perp BC$. Определите длину стороны BC , если известно, что периметр треугольника ABC равен $(12 + 8\sqrt{3})$ см, а $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

7.3. Действительные числа $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2022}$ удовлетворяют условиям $\frac{x_1}{1+x_1} = \frac{x_2}{2+x_2} = \frac{x_3}{3+x_3} = \dots = \frac{x_{2022}}{2022+x_{2022}}$ и $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} + \frac{3}{x_3} + \dots + \frac{2022}{x_{2022}} = 1011$.
Определите значение выражения $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + \dots + x_{2021} - x_{2022}$.

7.4. Найдите все четырехзначные натуральные числа \overline{abcd} , такие, что $\overline{abcd} = \overline{ab} + (\overline{cd})^2$. (Здесь через \overline{pqrs} и \overline{pq} обозначаются числа, записанные цифрами p, q, r, s и соответственно p, q , где $p \neq 0$.)

7.5. Докажите, что для любого натурального числа n , число $m = n^4 + 41n^2 + 443$ нельзя представить в виде суммы двух простых чисел.

Время, отведённое на выполнение всего задания: 240 минут.

Каждая верно решённая задача оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УДАЧИ!

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА РЕСПУБЛИКИ МОЛДОВА**05 марта 2022, VII – й класс**

7.1. Михаил начертил на доске несколько прямоугольных треугольников такие, что любые два треугольника не имеют общих точек. В каждом из этих треугольников Михаил построил следующие замечательные линии (отрезки): все биссектрисы, все медианы и высоту, проведенную к гипотенузе. Посчитав, сколько замечательных линий он построил всего во всех треугольниках, Михаил получил число 44. Определите, сколько равнобедренных прямоугольных треугольников начертил на доске Михаил.

7.2. Задан треугольник ABC , с тупым углом ABC . Точки D и E принадлежат стороне AC , так, что $AD \equiv DE \equiv EC$, а $BE \perp AB$ и $BD \perp BC$. Определите длину стороны BC , если известно, что периметр треугольника ABC равен $(12 + 8\sqrt{3})$ см, а $\frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

7.3. Действительные числа $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2022}$ удовлетворяют условиям $\frac{x_1}{1+x_1} = \frac{x_2}{2+x_2} = \frac{x_3}{3+x_3} = \dots = \frac{x_{2022}}{2022+x_{2022}}$ и $\frac{1}{x_1} + \frac{2}{x_2} + \frac{3}{x_3} + \dots + \frac{2022}{x_{2022}} = 1011$.
Определите значение выражения $x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + \dots + x_{2021} - x_{2022}$.

7.6. Найдите все четырехзначные натуральные числа \overline{abcd} , такие, что $\overline{abcd} = \overline{ab} + (\overline{cd})^2$. (Здесь через \overline{pqrs} и \overline{pq} обозначаются числа, записанные цифрами p, q, r, s и соответственно p, q , где $p \neq 0$.)

7.7. Докажите, что для любого натурального числа n , число $m = n^4 + 41n^2 + 443$ нельзя представить в виде суммы двух простых чисел.

Время, отведённое на выполнение всего задания: 240 минут.

Каждая верно решённая задача оценивается в 7 баллов.

ЖЕЛАЕМ УДАЧИ!