

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

5 марта 2022 г., XII-й класс

12.1. Дана функция

$$f: \left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{3 \cos(2x) - 4 \sin(2x) + \cos x - 3 \sin x}{(\sin x + 3 \cos x)^{2022}}.$$

Найдите первообразную $F: \left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right] \rightarrow \mathbb{R}$ функции f , при которой $F\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2021}$.

12.2. Дана пирамида $VABC$, в которой $AB = 7$ см, $AC = 5$ см, $BC = 8$ см, $VB = 6$ см, а двугранные углы при основании ABC конгруэнтны. Найдите расстояние от точки P до ребра VA , где AP – биссектриса в треугольнике ABC .

12.3. Пусть z комплексное число такое, что $z^{2020}|z| + \bar{z}i = 0$. Найдите множество значений выражения

$$E = z^{2020} - z^{2019}i + \dots + (-1)^k z^{2020-k} i^k + \dots + zi + 1.$$

12.4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите A^{2021} .

12.5. Пусть

$$I_n = \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{dx}{(x+1)(\ln^{2n} x + 1)}, \quad n \geq 2.$$

Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

5 марта 2022 г., XII-й класс

12.1. Дана функция

$$f: \left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{3 \cos(2x) - 4 \sin(2x) + \cos x - 3 \sin x}{(\sin x + 3 \cos x)^{2022}}.$$

Найдите первообразную $F: \left[\pi; \frac{3\pi}{2} \right] \rightarrow \mathbb{R}$ функции f , при которой $F\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{1}{2021}$.

12.2. Дана пирамида $VABC$, в которой $AB = 7$ см, $AC = 5$ см, $BC = 8$ см, $VB = 6$ см, а двугранные углы при основании ABC конгруэнтны. Найдите расстояние от точки P до ребра VA , где AP – биссектриса в треугольнике ABC .

12.3. Пусть z комплексное число такое, что $z^{2020}|z| + \bar{z}i = 0$. Найдите множество значений выражения

$$E = z^{2020} - z^{2019}i + \dots + (-1)^k z^{2020-k} i^k + \dots + zi + 1.$$

12.4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите A^{2021} .

12.5. Пусть

$$I_n = \int_{\frac{1}{n}}^n \frac{dx}{(x+1)(\ln^{2n} x + 1)}, \quad n \geq 2.$$

Вычислите $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!