OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI

CHIȘINĂU, 20 martie 2022

Proba teoretică ORF 2022, clasa a 12

Problema 1 (10,0 p.)

Soluție

1A. Folosind formula lui Bragg-Wolf $2d\, sin\,\vartheta = k\lambda$, - (0,5 p.),

în rezultatul diferențierii vom obține

$2d\, cos\,\vartheta\; d\vartheta/d\lambda = k$ - (1,25 p.),

$d\vartheta/d\lambda = tg\vartheta/\lambda$ - (0,25 p.)

1B. În cazul ionilor de heliu He^{+}, $\frac{1}{\lambda} = 4R\left(\frac{1}{16} - \frac{1}{144}\right) = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2}\right)$=1,097 $\cdot\, 10^5\, \frac{8}{36}\ cm^{-1}$ - (1,5 p.)

$\lambda = 0{,}41\ \mu m$ - (0,5 p.)

Deplasarea Doppler permite determinarea vitezei ionilor de heliu și energia lor cinetică

$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = -\frac{v}{c} cos\frac{\pi}{6}$ - (0,5 p.)

$v = c\frac{26}{410}\frac{2}{\sqrt{3}} = 2{,}2 \cdot 10^7 m/s$ - (1,0 p.)

$K = 10MeV$ - (0,5 p.)

1C. Fluxul magnetic printr-un singur contur este egal cu $\Phi_0 = \Phi_1/N_1 = \Phi_2/N_2$ (1) - (1,0 p.)

Luând în considerație inducția mutuală $\Phi_1 = L_1J_1 + L_{12}J_2,\ \Phi_2 = L_2J_2 + L_{12}J_1$ din expresia (1) va rezulta $N_2(L_1J_1 + L_{12}J_2) = N_1(L_2J_2 + L_{12}J_1)$. - (1,0 p.)

Ca urmare, $N_2L_1 = N_1L_{12},\ N_1L_2 = N_2L_{12}$ - (1,0 p.)
sau $N_2L_1N_1L_2 = N_2L_{12}N_1L_{12}$ - (0,5 p.)

$L_{12} = \sqrt{L_1L_2}$ - (0,5 p.)

Problema 2 (10,0 p.)

Soluţie

2A. Ecuațiile lui Newton $m\dot{v} = mg\,sin\,\phi - F_{fr}$ - (0,25 p.)

și ecuațiile mișcării de rotație a bilei pe pantă

$I_C\dot{\omega} = F_{fr}r - Nk, N = mg\left(cos\,\phi + \frac{v^2}{R_c g}\right), v = -R_c\dot{\phi}$ - (0,5 p.)

rezultă în дают $\dot{v} = \frac{5}{7}g\left(sin\,\phi - \left(cos\,\phi + \frac{v^2}{R_c g}\right)\frac{k}{r}\right)$ - (0,25 p.)

Folosind condițiile din enunțul problemei vom introduce o necunoscută nouă $V = \frac{v^2}{R_c g}$ - (0,25 p.)

Vom calcula $\frac{dV}{d\phi} = \frac{2v}{R_c g}\frac{dv}{d\phi} = -\frac{2}{R_c g}R_c\frac{dv}{d\phi}\frac{d\phi}{dt} = -\frac{2}{g}\dot{v}$ - (0,75 p.)

Obținem $\frac{dV}{d\phi} = -\frac{10}{7}\left(sin\,\phi - (cos\,\phi + V)\frac{k}{r}\right)$ - (0,25 p.)

a). Soluția cunoscută a acestei expresii permite calculul parametrilor a_1, a_2, a.

Într-adevăr,

$\frac{dV}{d\phi} = \frac{10}{7}\left(a_2\,cos\,\phi - a_1\,sin\,\phi + a_3 a e^{a\phi}\right) = \frac{10}{7}\left(\frac{k}{r}\left(\frac{10}{7}\left(a_1\,cos\,\phi + a_2\,sin\,\phi + a_3 e^{a\phi}\right) + cos\,\phi\right) - sin\,\phi\right)$

- (0,25 p.)

Astfel $a = \frac{10}{7}\frac{k}{r}, a_1 = \frac{1-0{,}7a^2}{1+a^2}, a_2 = \frac{1{,}7a}{1+a^2}$ - (1,0 p.)

Constanta a_3 o găsim din condițiile inițiale pentru viteza bilei

$a_3 = -(a_1\,cos\,\phi_0 + a_2\,sin\,\phi_0)e^{-a\phi_0}$ - (0,5 p.)

b). Viteza bilei la părăsirea pantei, cu considerarea forței de frecare este egală cu

$v_x = \sqrt{2gH},\ H = \frac{5}{7}R_c(a_3(\phi_0) + a_1)$ - (0,5 p.)

Luând în considerare deformarea pantei $a_3(\phi_0) + a_1 = \frac{1-0{,}7a^2}{1+a^2}\left(1 - e^{-a\phi_0} \cos\phi_0\right) - \frac{1{,}7a}{1+a^2} e^{-a\phi_0} \sin\phi_0$.

În limită, pentru $k = a = 0$ găsim că $H = \frac{5}{7} R_c(1 - \cos\phi_0)$ - (0,25 p.)

Legea conservării energiei fără a considera deformarea are forma

$I_A\omega^2/2 = \frac{7}{10} mr^2\omega^2 = mgR_C(\cos\phi - \cos\phi_0)$ - (0,25 p.)

2B. Prima ciocnire cu planul orizontal va avea loc în punctul cu coordonata $x_1 = v_x\sqrt{\frac{2h}{g}} = 2\sqrt{hH}$. - (0,25 p.)

Aici coordonata *x* se consideră conform figurii,

$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ - (0,25 p.) este timpul de zbor liber a bilei până la prima ciocnire cu planul orizontal. În majoritatea cazurilor se respectă inegalitatea $\frac{k}{r} << 1$, și vom analiza cazul $a << 1$. $H = \frac{5}{7} R_c\left(1 - \cos\phi_0 - 1{,}7a e^{-a\phi_0} \sin\phi_0\right)$
- (1,0 p.).

Pierderile de energie a bilei la deformarea pantei sunt determinate de ecuația $\frac{\Delta K}{K} = \frac{17a \sin\phi_0}{7(1-\cos\phi_0)} e^{-a\phi_0}$. - (0,5 p.)

2C. După prima atingere a bilei de masă, componenta verticală a vitezei își schimbă viteza. Componenta verticală a vitezei la ciocnirea absolut elastică se va schimba cu $\Delta v_y = 2\sqrt{2gh}$ - (0,25 p.)

$m\Delta v_y = \int_0^{\Delta t} N(t)dt$ - (0,25 p.). Aici Δt – este timpul ciocnirii.

Timpul de zbor până la a doua ciocnire este $2\sqrt{\frac{2h}{g}} = 2t_1$ - (0,25 p.),

deoarece după prima ciocnire bila din nou se va ridica la înălțimea h. Forța de frecare ce acționează asupra bilei la ciocnirea de planul orizontal al mesei $\vec{F}_{fr}$, va fi orientată de-a lungul axei x,

și ca urmare, $m\dot{v}_x = F_{fr}, I_C\dot{\omega} = -F_{fr}r + Nk = -rm\dot{v}_x + Nk$ - (0,75 p.)

În timpul ciocnirii $rm\Delta v_x + I_C\Delta\omega = km\Delta v_y$. - (0,5 p.)

În corespundere cu enunțul problemei, la ciocnire viteza bilei se mărește cu $\Delta v_x = \frac{2}{5} v_x + \frac{k}{r} 2v_y$ - (0,25 p.)

Astfel distanța între prima și a doua ciocnire a bilei de masă este determinată de următoare ecuație

$$x_2 - x_1 = (v_x + \Delta v_x)2\sqrt{\frac{2h}{g}} = 2x_1\left\{1 + \frac{2}{5}\left(1 + 5\frac{k}{r}\sqrt{\frac{h}{H}}\right)\right\}$$ - (0,5 p.)

Fără a lua în considerare rotația $x_2 - x_1 = 2x_1$ - (0,25 p.)

Rotația mărește Δx. La ciocnire mișcarea de rotație trece în mișcare de translație.

Problema 3 (10,0 p.)

Soluție

3A. a) Raportul $V/K = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r} / \frac{3}{2}kT$ - (1,0 p.)

Îl vom estima considerând că fiecărui electron în medie îi revine volumul $v_0 = \pi d^3/6$.

Distanța medie dintre electroni $r = 2 \cdot 10^{-8}\ m$. Astfel, $V/K \cong 0{,}2$. - (0,5 p.)

b) Din analogia cu condensatorul plan, câmpul în plasmă, la deplasare acesteia este
$E(x) = \sigma_e(x)/\varepsilon\varepsilon_0$. - (0,25 p.)

Aici densitatea de sarcină a electronilor $\sigma_e = neSx/S = nex$ - (0,25 p.)

Ecuația lui Newton în cazul oscilațiilor plasmei $m\ddot{x} = -ne^2x/\varepsilon\varepsilon_0$ - (0,5 p.)

determină frecvențaplasmonică $\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\varepsilon\varepsilon_0}}$ - (0,5 p.)

c) Energia plasmonilor este egală cu $\hbar\omega_p$. În metale $n \approx 10^{22}\ cm^{-3},\ \varepsilon = 1,\ m = 0{,}91 \cdot 10^{-30} kg$. În rezultat, $\hbar\omega_p \approx 10\ eV$ - (0,75 б.)

În semiconductori concentrația electronilor de conducție este de 6 ordine de mărime mai mică, deci, $\hbar\omega_p \approx 10 meV$ - (0,25 p.)

3B. a). Lucrul efectuat pentru deplasarea electronilor plasmei ca un tot întreg este egal cu energia condensatorului plan $A_{tot} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(neSx)^2}{2\varepsilon\varepsilon_0 S} d$, cere fiind raportată la un electron $\frac{A_{tot}}{nSd} = A_e = \frac{ne^2x^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ - (1,0 p.)

b). Fluctuațiile termice ale electronului
$\sqrt{\langle (E)^2 \rangle - \langle E \rangle^2} = \sqrt{\langle (mv^2/2)^2 \rangle - \langle mv^2/2 \rangle^2}$ - (0,5 p.)

la considerarea valorii medii

$\langle mv^2/2\rangle = \frac{3kT}{2}, \sqrt{\langle(\Delta E)^2\rangle} = kT\sqrt{\frac{15-9}{4}} = kT\sqrt{\frac{3}{2}}$ - (0,5 p.)

determină deplasarea medie a electronului $A_e = \frac{ne^2x^2}{2\varepsilon\varepsilon_0} = kT\sqrt{\frac{3}{2}},\ x = \left(\sqrt{6}\frac{kT\varepsilon\varepsilon_0}{ne^2}\right)^{1/2}$ - (1,0 p.)

3C. În corespundere cu condițiile problemei $E(x) - \frac{\sigma_{ind}(x)}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ - (0,25 p.).

Aici σ – este sarcina externă.

Sarcina indusă

$\sigma_{ind}(x) = \int_{-x}^{x}\left(\rho_{ion} - e\left(1 - \frac{U(x)}{kT}\right)n\right)dx = -\frac{e^2n}{kT}2\int_0^x \phi(x)dx$ - (0,25 p.).

aduce la apariția ecranării $E(x) + \frac{e^2n}{kT\varepsilon\varepsilon_0}\int_0^x \phi(x)dx = \frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0} = \frac{1}{\lambda_D}\phi_0 e^{-x/\lambda_D} - \frac{e^2n}{kT\varepsilon\varepsilon_0}\lambda_D\phi_0\left(e^{-x/\lambda_D} - 1\right)$ - (1,0 p.)

cu parametrii $\lambda_D = \sqrt{\frac{kT\varepsilon\varepsilon_0}{e^2n}}, \phi_0 = \lambda_D\frac{\sigma}{2\varepsilon\varepsilon_0}$, - (0,5 p.)

Fără a lua în considerare ecranarea $\phi(x) = \phi_0 - \frac{\sigma x}{2\varepsilon\varepsilon_0}$ - (0,5 p.),

ceea ce corespunde lungimii de ecranare λ_D infinite. Potențialul Yukawa are forma:

$\phi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}e^{-r/\lambda_D}$ - (0,5 p.)