

Министерство Образования, Культуры и Исследований Республики Молдова
Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ

КИШИНЁВ, 20 марта 2022

11 класс

Задача I – (10,0 балла)

I. С воздушного шара, летящего параллельно земле на высоте $h = 200$ м сбросили над точкой А некоторое массивное тело (обозначим его как тело 1). Начальная скорость этого тела относительно воздушного шара равна 0.

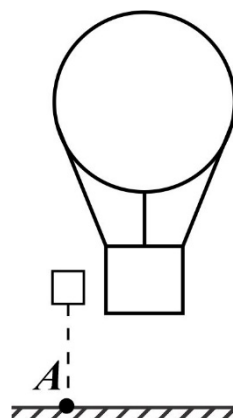


Рис. I-1.

I.1. Найдите на сколько опустилось это тело за 0.1 мин своего падения? (1 балл)

I.2. Найдите скорость ветра, если известно, что тело упало на расстоянии $S_1 = 20$ м от точки А. (1 балл)

I.3. Какое расстояние будет между телом и воздушным шаром в момент падения тела, если известно, что через $t_2 = 2$ с от начала падения скорость ветра изменила направление (как показано на Рис. I-2), оставаясь неизменной по значению. (2 балла)

I.4. На каком расстоянии от точки А упадет тело, если на высоте $h_1 = 80$ м с ним столкнулось другое тело (тело 2), которое двигалось параллельно Земле и перпендикулярно траектории первого тела. Скорость второго тела в момент столкновения $v_2 = 15$ м/с, а его масса в два раза больше массы первого тела. (2 балла)

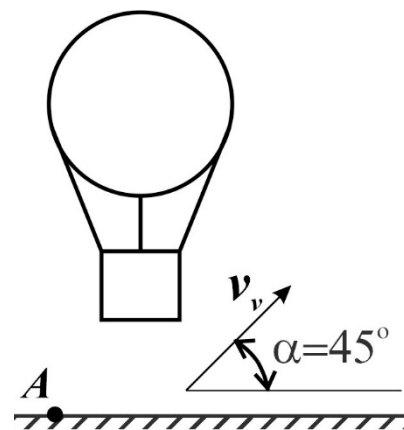


Рис. I-2.

I.5. При решении пункта 5 считайте, что скорость ветра всегда была постоянной и не меняла своего направления.

I.5.A. Как нужно изменить условия движения второго тела, чтобы после абсолютно неупругого столкновения с первым телом, тела столкнулись бы и с шаром? (изобразите схематично траектории движения тел в этом случае).

(1 балл)

I.5.B. Для пункта 5(a) выведите зависимость значения скорости второго тела в момент столкновения с первым телом от угла под которым направлена скорость второго тела (угол отсчитывайте от линии горизонта).

(3 балла)

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
 Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ
 Кишинёв, 20 марта 2022

11 класс

Решение

I.1.)

$$t = 0.1 \text{ мин} = 6 \text{ с.} \quad (0,2 \text{ б})$$

$$\Delta h = \frac{gt^2}{2} = 176,4 \text{ м} \quad (0,8 \text{ б})$$

I.2.)

$$v_v = S_1/t_1, \text{ где} \quad (0,3 \text{ б})$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (0,3 \text{ б})$$

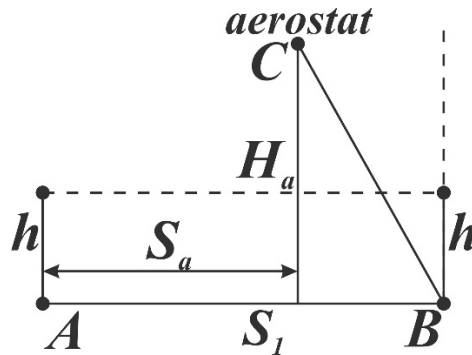
$$v_v = S_1 \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}} = 3,13 \text{ м/с} \quad (0,4 \text{ б})$$

I.3.)

$$S_a = v_v \cdot t_2 + v_v \cdot \cos 45^\circ \cdot (t_1 - t_2) = v_v (t_2 + \cos 45^\circ (\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} - t_2)) = 15,97 \text{ м} \quad (0,8 \text{ б})$$

$$H_a = h + v_v \cdot \sin 45^\circ \cdot (t_1 - t_2) = 209,71 \text{ м} \quad (0,8 \text{ б})$$

$$S_{a-c} = \sqrt{(S_1 - S_a)^2 + H_a^2} = 209,75 \text{ м} \quad (0,4 \text{ б})$$



I.4.)

По закону сохранения импульса:

$$m\vec{v}_{c1} + 2m\vec{v}_{c2} = 3m\vec{v}_c$$

$$m \cdot v_v = 3 \cdot m \cdot v_{c,x} \quad \text{или} \quad v_{c,x} = v_v/3 = 1,04 \text{ м/с}$$

$$m \cdot v_{c1,y} = 3 \cdot m \cdot v_{c,y} \quad \text{или} \quad v_{c,y} = v_{c1,y}/3 = 1,04 \text{ м/с}$$

$$2m \cdot v_2 = 3 \cdot m \cdot v_{c,z} \quad \text{или} \quad v_{c,z} = 2v_2/3 = 10 \text{ м/с}$$

$$\frac{mv_{c1,y}^2}{2} = mg(h - h_1), \text{ поэтому } v_{c1,y} = \sqrt{2g(h - h_1)} \text{ и}$$

$$v_{c,y} = \sqrt{2g(h - h_1)}/3 = 16,17 \text{ м/с} \quad (0,5 \text{ б})$$

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
 Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ
 Кишинёв, 20 марта 2022

11 класс

Найдем время падения тела после столкновения (t_4):

$$v_{c,y,fin} = v_{c,y} + g \cdot t_4,$$

$$\frac{3mv_{c,y,fin}^2}{2} = 3mgh_1 + \frac{3mv_{c,y}^2}{2}$$

$$v_{c,y,fin} = \sqrt{v_{c,y}^2 + 2gh_1}$$

$$t_4 = \frac{\sqrt{v_{c,y}^2 + 2gh_1} - v_{c,y}}{g} = 2,71 \text{ с}$$

(0,5 б)

До столкновения тело 1 падало время t_5 :

$$t_5 = \sqrt{\frac{2 \cdot (h - h_1)}{g}} = 4,95 \text{ с}$$

Тогда

вдоль оси X было пройдено расстояние:

$$S_x = v_v \cdot t_5 + v_{c,x} \cdot t_4 = 18,31 \text{ м};$$

(0,4 б)

вдоль оси Z было пройдено расстояние:

$$S_z = v_{c,z} \cdot t_4 = 27,1 \text{ м};$$

(0,4 б)

Искомое расстояние ищется по теореме Пифагора:

$$S_4 = \sqrt{S_x^2 + S_z^2} = 32,71 \text{ м}.$$

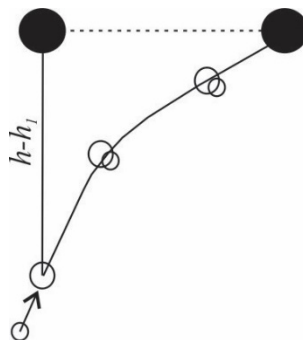
(0,2 б)

I.5.A

Траектория движения второго тела должна быть в плоскости траекторий движений первого тела и шара. (0,4 б)

В момент столкновения второе тело должно подниматься. (0,3 б)

За правильный рисунок (0,3 б)



I.5.B

В момент столкновения тело 1 будет находится на $h - h_1 = 120$ м ниже шара. После столкновения проекция скорости итогового тела на ось X должна равняться скорости аэростата, а проекции

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ

КИШИНЁВ, 20 марта 2022

11 класс

начальной скорости на ось Y должна быть такая, чтобы тело смогло подняться на высоту не меньшую, чем $(h - h_1)$.

(1 б)

Поэтому:

$$m \cdot v_{c1,x} + 2m \cdot v_2 \cdot \cos\alpha = 3 \cdot m \cdot v_{c,x} \text{ или } v_{c,x} = (v_v + 2v_2 \cdot \cos\alpha)/3$$

$$2m \cdot v_2 \sin\alpha - m \cdot v_{c1,y} = 3 \cdot m \cdot v_{c,y} \text{ или } v_{c,y} = (2v_2 \cdot \sin\alpha - \sqrt{2g(h - h_1)})/3$$

(0,5 б)

Из условий, описанных выше:

$$\begin{cases} \frac{v_{c,y}^2}{2} \geq g(h - h_1) \\ (v_v + 2v_2 \cdot \cos\alpha)/3 = v_v \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2 \cdot \sin\alpha \geq 2\sqrt{2g(h - h_1)} \\ v_2 \cdot \cos\alpha = v_v \end{cases}$$

(1,0 б)

Тогда

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\alpha \geq \frac{2\sqrt{2g(h - h_1)}}{v_v} \text{ и } \alpha < \frac{\pi}{2} \\ v_2 = v_v/\cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\alpha \geq 31 \text{ и } \alpha < \frac{\pi}{2} \\ v_2 = v_v/\cos\alpha \end{cases}$$

(0,5 б)

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ

КИШИНЁВ, 20 марта 2022

11 класс

Задача ПА

(3 балла)

ПА. Луч света падает на плоскопараллельную стеклянную пластину толщины $d = 2$ см под углом $\alpha = 30^\circ$ (Рис. ПА-1.). Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

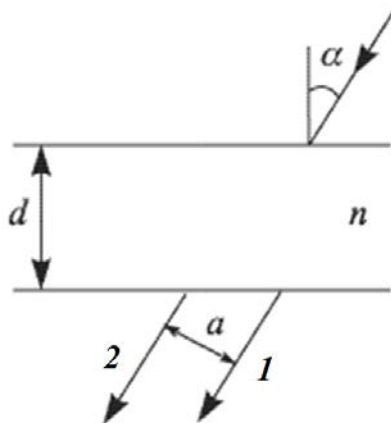


Рис. ПА-1.

Определите:

ПА.1. Постройте ход лучей в стеклянной пластинке и укажите соответствующие углы падения и отражения; **(0,5 балла)**

ПА.2. Какое расстояние a будет между лучами: прошедшим пластину без отражения (1) и претерпевшим двукратное отражение от ее граней (2). **(2,5 балла)**

Задача ПВ

(7 баллов)

ПВ. Дана оптическая система, изображённая на Рис. ПВ-1, которая состоит из стеклянной плоско-выпуклой линзы с радиусом кривизны $R = 20$ см, тонкой стеклянной пластинки толщиной $\delta = 8$ мм, и стеклянной плоско-вогнутой линзы с радиусом кривизны $(R - \delta)$. Показатель преломления стекла равен $n = 1,5$. Узкий пучок света падает нормально на плоско-выпуклую линзу вдоль оптической оси.

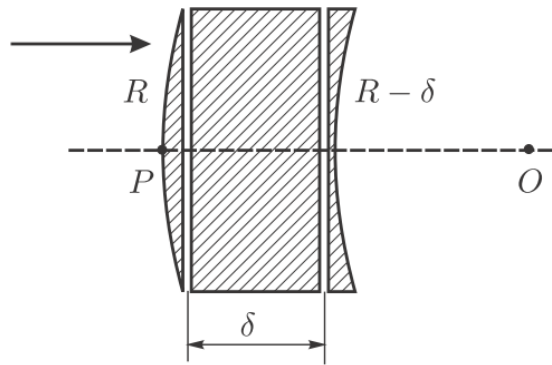


Рис. ПВ-1.

ПВ.1. Определите фокусное расстояние F оптической системы. (7 баллов)

Указания к задаче **ПВ**:

В данной задаче необходимо использовать формулу сферической поверхности (Рис. ПВ-2):

$$\frac{n_1}{a} - \frac{n_2}{b} = \frac{n_1 - n_2}{R}.$$

Здесь n_1 и n_2 — показатели преломления первой и второй оптических сред (по ходу луча), разделённых этой поверхностью, а величины a , b и R , взятые со знаками «+» или «-», это соответственно расстояния от поверхности сферы до источника S , его изображения S_1 и центра сферы O (Рис. ПВ-2). Знак «+» берётся, если расстояние отсчитывается по ходу луча, а знак «-» в противоположном случае.

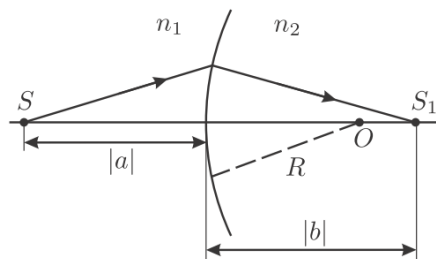


Рис. ПВ-2.

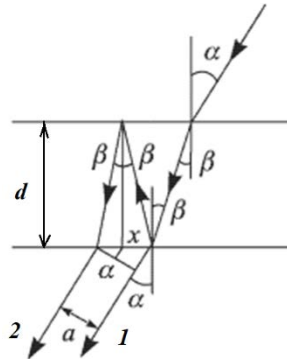
Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
 Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ
 Кишинёв, 20 марта 2022

11 класс

Решения:

Задача ПА.

ПА.1: Ход лучей изображен на Рис. ПА-2.



0,5 б

Рис. ПА-2.

ПА.2: Показатель преломления стеклянной пластинки равен:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad (1)$$

0,5 б

Длину отрезка x (см. Рис. ПА-2), можно выразить следующим образом:

$$x = 2d \cdot \operatorname{tg} \beta, \quad (2)$$

0,5 б

Выразим из выражения (1) $\sin \beta$ и подставим в выражение (2), получим:

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}, \quad (3)$$

Определим x с учётом выражений (2) и (3):

$$x = 2d \cdot \operatorname{tg} \beta = 2d \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = 2d \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = 2d \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}, \quad (4)$$

1,0 б

Из Рис. ПА.2 можно заметить, что искомое расстояние a выражается через x как:

$$a = x \cos \alpha = 2d \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = d \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \cong 1.22 \text{ см.}$$

0,5 б

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
 Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ
 КИШИНЁВ, 20 марта 2022

11 класс

Задача ПВ.

ПВ.1.

Рассмотрим луч пучка, падающий параллельно главной оптической оси, и найдём точку пересечения его с осью после прохождения оптической системы. Эта точка является фокусом.

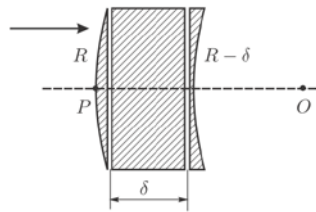
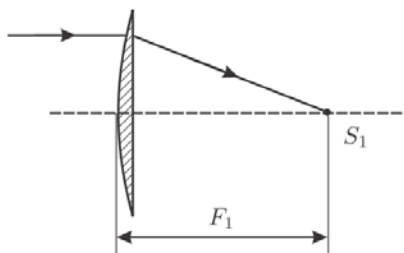


Рис. ПВ-1.

Вначале, луч пучка пройдёт через плоско-выпуклую линзу и после преломления на первой линзе луч идёт к точке S_1 (Рис. ПВ-2), удаление которой от линзы равно:

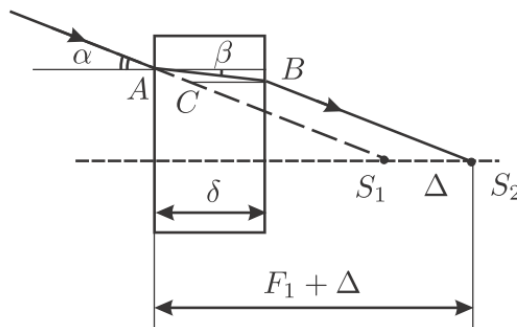
$$F_1 = \frac{R}{n-1}. \quad (1)$$

0,5 б



0,5 б

Рис. ПВ-2.



1,0 б

Рис. ПВ-3

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
 Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ
 Кишинёв, 20 марта 2022

11 класс

Далее луч проходит через плоско-параллельную пластину, которая смещает точку пересечения луча с осью на некоторую величину Δ , которую можно найти из треугольника ABC (Рис. ПВ-3) по теореме синусов:

$$\frac{BC}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)}, \text{ или } \frac{\Delta}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{\delta}{\cos \beta \cdot \sin \alpha}. \quad (2) \quad 1,0 \text{ б}$$

Учитывая, что мы рассматриваем только лучи, близкие к оптической оси, то тогда выполняются следующие соотношения $\sin \alpha \approx \alpha$, $\sin \beta \approx \beta$, $\cos \alpha \approx \cos \beta \approx 1$, а также $\alpha/\beta \approx n$. Из выражения (2) найдём Δ :

$$\Delta = \frac{\delta \sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta \cdot \sin \alpha} \approx \delta \frac{n-1}{n}. \quad (3) \quad 0,5 \text{ б}$$

В точку S_2 луч не попадает, поскольку преломляется примыкающей к пластине плоско-вогнутой линзой, фокусное расстояние которой равно:

$$F_2 = -\frac{R - \delta}{n - 1}. \quad (4) \quad 0,5 \text{ б}$$

Дальнейший ход луча показан на Рис. ПВ-4.

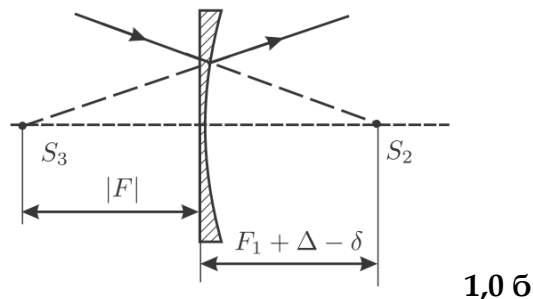


Рис. ПВ-4.

Луч выходит из системы так, как будто бы идёт из точки S_3 . Её расстояние от линзы, взятое со знаком «-», является фокусным расстоянием всей оптической системы F . Для

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ

КИШИНЁВ, 20 марта 2022

11 класс

показанной на Рис. ПВ-4 линзы S_3 является мнимым изображением мнимого источника

S_2 . Для нахождения F применим формулу линзы:

$$\frac{1}{F} - \frac{1}{F_1 + \Delta - \delta} = \frac{1}{F_2}, \quad (5) \quad 0,5 \text{ б}$$

Принимая во внимание, что $\delta \ll R$ и используя выражения (1), (3), (4) и (5), получим:

$$\frac{1}{F} = -\frac{n-1}{R-\delta} + \frac{1}{\frac{R}{n-1} + \delta \frac{n-1}{n} - \delta} \approx -\frac{n-1}{nR^2} \delta. \quad (6) \quad 1,0 \text{ б}$$

Из выражения (6) определим фокусное расстояние F :

$$F = -\frac{n}{n-1} \cdot \frac{R^2}{\delta} \approx -15 \text{ м}. \quad 0,5 \text{ б}$$

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ

КИШИНЁВ, 20 марта 2022

11 класс

Задача III

(10,0 баллов)

III. Алюминиевое тело в форме куба плотности ρ_{Al} , в котором есть пустоты, подвесили на достаточно длинной пружине жесткостью k и опустили в цилиндрический сосуд с жидкостью плотности ρ ($\rho < \rho_{Al}$). При этом удлинение пружины стало Δl_1 . Считая, что объем тела равен V :

III.1. Определите объем пустот в теле: V_0 – ?; **(2 балла)**

III.2. Какое удлинение Δl_2 будет у пружины, если 30 % пустот заполнить такой же жидкостью, как в сосуде ? **(2 балла)**

III.3. На сколько изменится по сравнению с Δl_2 удлинение пружины, если в сосуд добавить вторую жидкость с плотностью $n \cdot \rho$ и объемом в n раз меньшим, чем объем первой жидкости в сосуде? Считайте, что вторая жидкость равномерно смешивается с первой жидкостью и не проникает внутрь алюминиевого тела, а $n = \frac{1}{2}$. **(3 балла)**

III.4. Определите удлинение Δl_4 пружины в случае, когда вся система: подвес + сосуд с перемешанными жидкостями – движется вертикально вниз с ускорением $\vec{a} = \frac{1}{4} \vec{g}$.

(3 балла)

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ

КИШИНЁВ, 20 марта 2022

11 класс

Решения:

Задача III.

III.1: На тело будут действовать три силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила Архимеда \vec{F}_A и сила упругости \vec{F}_e . В положении равновесия:

$$F_A + F_e = mg \quad 0,5 \text{ б}$$

$$\rho V g + k \Delta l_1 = \rho_{Al} (V - V_0) g \quad 1,0 \text{ б}$$

$$V_0 = \frac{(\rho_{Al} - \rho)V}{\rho_{Al}} - \frac{k \Delta l_1}{\rho_{Al} g} \quad 0,5 \text{ б}$$

III.2:

$$V_l = 0,3 \cdot V_0$$

$$\rho V g + k \Delta l_2 = \rho_{Al} (V - V_0) g + \rho V_l g \quad 0,5 \text{ б}$$

$$k \Delta l_2 - k \Delta l_1 = \rho V_l g \quad 1,0 \text{ б}$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 + \frac{\rho V_l g}{k} = \Delta l_1 \left(1 - 0,3 \frac{\rho}{\rho_{Al}}\right) + 0,3 \frac{\rho (\rho_{Al} - \rho) V g}{\rho_{Al} k} \quad 0,5 \text{ б}$$

III.3:

Найдем плотность жидкости в сосуде ρ_{am} после смешивания первой и второй жидкостей:

$$\rho_{am} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho V_1 + n \rho \frac{V_1}{n}}{V_1 \left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \frac{2 \rho V_1}{V_1 \left(1 + \frac{1}{n}\right)} = \frac{2 \rho n}{1 + n} = \frac{2}{3} \rho \quad 1,5 \text{ б}$$

$$\rho_{am} V g + k \Delta l_3 = \rho_{Al} (V - V_0) g + \rho V_l g \quad 0,5 \text{ б}$$

$$\rho_{am} V g + k \Delta l_3 = \rho V g + k \Delta l_2$$

$$k (\Delta l_3 - \Delta l_2) = \frac{1}{3} \rho V g \quad 0,5 \text{ б}$$

$$\Delta l_3 - \Delta l_2 = \frac{1}{3} \frac{\rho V g}{k} \quad 0,5 \text{ б}$$

III.4: При ускоренном движении сосуда с жидкостью меняется сила Архимеда. Для ее вывода найдем силу давления столба жидкости высотой h и массой $m_l = \rho_l h S$ в цилиндрическом сосуде с площадью поперечного сечения S , записав уравнение движения столба жидкости в этом сосуде:

Министерство Образования и Исследований Республики Молдова
Национальное Агентство по Куррикулуму и Оцениванию
LVI РЕСПУБЛИКАНСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКЕ

КИШИНЁВ, 20 марта 2022

11 класс

$$m_l g - pS = m_l a,$$

0,5 б

где p – давление на глубине h .

$$p = \frac{m_l(g-a)}{S} = \rho_l h (g - a)$$

$$\text{Тогда } F_A = \rho_l V(g - a)$$

0,5 б

$$mg - \rho_{am}V(g - a) - k\Delta l_4 = ma$$

0,5 б

$$\rho_{am}V(g - a) + k\Delta l_4 = m(g - a)$$

$$\rho_{am}V(g - a) + k\Delta l_4 = (\rho V_l + \rho_{Al}(V - V_0))(g - a)$$

$$\Delta l_4 = \frac{(\rho V_l + \rho_{Al}(V - V_0) - \rho_{am}V)(g - a)}{k}$$

0,5 б

Из III.3:

$$\rho_{am}Vg + k\Delta l_3 = \rho_{Al}(V - V_0)g + \rho V_l g$$

0,5 б

$$\rho V_l + \rho_{Al}(V - V_0) - \rho_{am}V = \frac{k\Delta l_3}{g}$$

$$\Delta l_4 = \Delta l_3 \frac{g-a}{g} = \frac{3}{4} \left[\Delta l_1 \left(1 - 0,3 \frac{\rho}{\rho_{Al}} \right) + 0,3 \frac{\rho (\rho_{Al} - \rho) V g}{\rho_{Al} k} + \frac{1}{3} \frac{\rho V g}{k} \right]$$

0,5 б