

Problema I – (10,0 puncte)

I. Dintr-un aerostat, care zboară paralel cu Pământul, de la înălțimea $h = 200$ m de asupra punctului A , a fost aruncat un corp masiv (corpul 1). Viteza inițială a acestui corp în raport cu aerostatul este nulă.

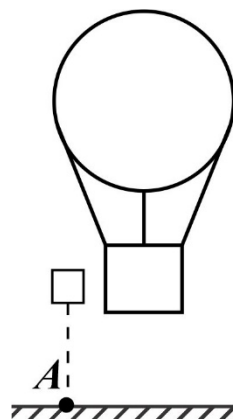


Fig. I-1.

I.1. Determinați, cât a coborât corpul 1 în decurs de 0.1 minute de cădere? (1,0 puncte)

I.2. Determinați viteza vântului, dacă se cunoaște, că corpul 1 a căzut la distanța $S_1 = 20$ m de la punctul A . (1,0 puncte)

I.3. Care va fi distanța dintre aerostat și corp în momentul când acesta atinge suprafața Pământului, dacă peste $t_2 = 2$ s de la începutul căderii viteza vântului și-a schimbat direcția (vezi Fig. I-2), modulul ei rămânând constant? (2,0 puncte)

I.4. La ce distanță de la punctul A va cădea corpul, dacă la înălțimea $h_1 = 80$ m el se ciocnește cu un alt corp (corpul 2), care se mișcă paralel cu Pământul și perpendicular pe planul, în care este situată traiectoria primului corp? Considerați, că după ciocnire ambele corpuri se mișcă împreună, formând un corp unic. Viteza corpului 2 în momentul ciocnirii $v_2 = 15$ m/s, iar masa lui este de două ori mai mare decât a corpului 1.

(2,0 puncte)

I.5. La soluționarea acestui punct considerați, că viteza vântului a fost întotdeauna constantă și nu și-a schimbat direcția.

I.5.1. Cum trebuie modificate condițiile mișcării corpului 2, pentru ca după ciocnirea absolut neelastică a lui cu corpul 1, corpurile să se ciocnească cu aerostatul? (prezentați schematic traiectoriile corpurilor în acest caz). (1,0 puncte)

I.5.2. Pentru I.5.1. deduceți dependența modulului vitezei corpului 2 în momentul ciocnirii lui cu corpul 1 de unghiul, sub care este orientată viteza corpului 2 (unghiul dat se măsoară în raport cu linia orizontului). (3,0 puncte)

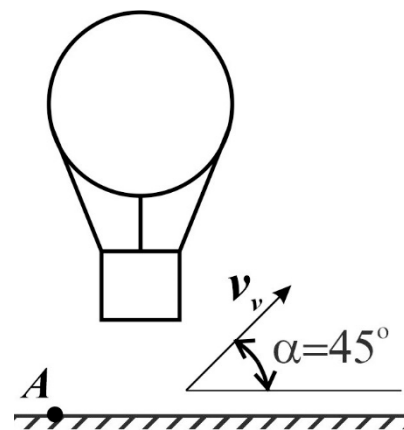


Fig. I-2.

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
 CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

Soluție

I.1.

$$t = 0.1 \text{ min} = 6 \text{ s.} \quad (0,2 \text{ p})$$

$$h_0 = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{9.8 \cdot 6^2}{2} = 176.4 \text{ m} \quad (0,8 \text{ p})$$

I.2.

$$v_v = S_1/t_1, \text{ unde} \quad (0,3 \text{ p})$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} \quad (0,3 \text{ p})$$

$$v_v = S_1 \sqrt{\frac{g}{2 \cdot h}} = 3,13 \text{ m/s} \quad (0,4 \text{ p})$$

I.3.

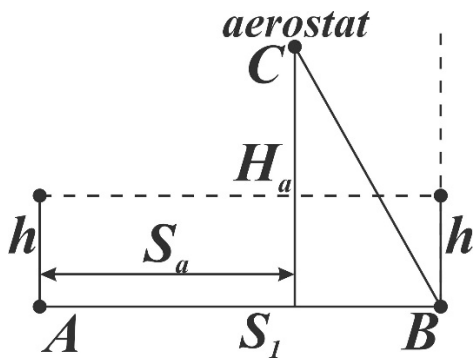


Fig. I-3.

$$S_a = v_v \cdot t_2 + v_v \cdot \cos 45^\circ \cdot (t_1 - t_2) = v_v (t_2 + \cos 45^\circ \cdot (\sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} - t_2)) = 15,97 \text{ m} \quad (0,8 \text{ p})$$

$$H_a = h + v_v \cdot \sin 45^\circ \cdot (t_1 - t_2) = 209,71 \text{ m} \quad (0,8 \text{ p})$$

$$S_{a-c} = \sqrt{(S_1 - S_a)^2 + H_a^2} = 209,75 \text{ m} \quad (0,4 \text{ p})$$

I.4.

Conform legii conservării impulsului:

$$m\vec{v}_{c1} + 2m\vec{v}_{c2} = 3m\vec{v}_c$$

$$m \cdot v_v = 3 \cdot m \cdot v_{c,x} \quad \text{sau} \quad v_{c,x} = v_v/3 = 1,04 \text{ m/s}$$

$$m \cdot v_{c1,y} = 3 \cdot m \cdot v_{c,y} \quad \text{sau} \quad v_{c,y} = v_{c1,y}/3 = 1,04 \text{ m/s}$$

$$2m \cdot v_2 = 3 \cdot m \cdot v_{c,z} \quad \text{sau} \quad v_{c,z} = 2v_2/3 = 10 \text{ m/s}$$

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
 CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

$$\frac{mv_{c1,y}^2}{2} = mg(h - h_1), \text{ de aceea } v_{c1,y} = \sqrt{2g(h - h_1)} \text{ și}$$

$$v_{c,y} = \sqrt{2g(h - h_1)}/3 = 16,17 \text{ m/s} \quad (0,5 \text{ p})$$

Vom determina timpul de cădere a corpului după ciocnire: (t_4):

$$v_{c,y,fin} = v_{c,y} + g \cdot t_4,$$

$$\frac{3mv_{c,y,fin}^2}{2} = 3mgh_1 + \frac{3mv_{c,y}^2}{2}$$

$$v_{c,y,fin} = \sqrt{v_{c,y}^2 + 2gh_1}$$

$$t_4 = \frac{\sqrt{v_{c,y}^2 + 2gh_1} - v_{c,y}}{g} = 2,71 \text{ s} \quad (0,5 \text{ p})$$

Intervalul de timp de cădere a corpului 1 până la ciocnire este t_5 :

$$t_5 = \sqrt{\frac{2 \cdot (h - h_1)}{g}} = 4,95 \text{ s}$$

Atunci

distanța parcursă de el după axa X este:

$$S_x = v_v \cdot t_5 + v_{c,x} \cdot t_4 = 18,31 \text{ m}; \quad (0,4 \text{ p})$$

iar după axa Z el va parcurge distanța:

$$S_z = v_{c,z} \cdot t_4 = 27,1 \text{ m}; \quad (0,4 \text{ p})$$

Distanța necesară se determină conform teoremei lui Pitagora:

$$S_4 = \sqrt{S_x^2 + S_z^2} = 32,71 \text{ m}. \quad (0,2 \text{ p})$$

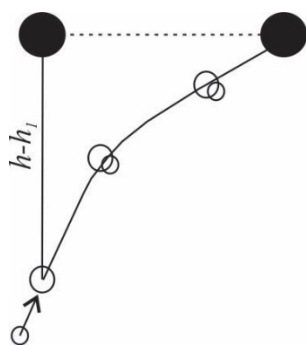
I.5.1

Traectoria mișcării corpului 2 trebuie să fie situată în planul traiectoriilor corpului 1 și aerostatului.

(0,4 p)

În urma ciocnirii corpul 2 trebuie să urce în sus.

(0,3 p)



(0,3 p)

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

I.5.2

În momentul ciocnirii corpul 1 se afla cu $h - h_1 = 120$ m mai jos decât aerostatul. După ciocnire proiecția corpului sumar pe axa X trebuie să fie egală cu viteza aerostatului, iar proiecția vitezei inițiale după axa Y trebuie să aibă o astfel de valoare, care permite corpului să urce la o înălțime nu mai mică decât $(h - h_1)$. **(1 p)**

De aceea:

$$m \cdot v_{c1,x} + 2m \cdot v_2 \cdot \cos\alpha = 3 \cdot m \cdot v_{c,x} \text{ sau } v_{c,x} = (v_v + 2v_2 \cdot \cos\alpha)/3$$

$$2m \cdot v_2 \sin\alpha - m \cdot v_{c1,y} = 3 \cdot m \cdot v_{c,y} \text{ sau } v_{c,y} = (2v_2 \cdot \sin\alpha - \sqrt{2g(h - h_1)})/3$$

(0,5 p)

$$\begin{cases} \frac{v_{c,y}^2}{2} \geq g(h - h_1) \\ (v_v + 2v_2 \cdot \cos\alpha)/3 = v_v \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_2 \cdot \sin\alpha \geq 2\sqrt{2g(h - h_1)} \\ v_2 \cdot \cos\alpha = v_v \end{cases} \quad \text{span style="float: right;">**(1,0 p)**$$

Atunci

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\alpha \geq \frac{2\sqrt{2g(h - h_1)}}{v_v} \text{ și } \alpha < \frac{\pi}{2} \\ v_2 = v_v/\cos\alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg}\alpha \geq 31 \text{ și } \alpha < \frac{\pi}{2} \\ v_2 = v_v/\cos\alpha \end{cases} \quad \text{span style="float: right;">**(0,5 p)**$$

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

Problema IIA

(3,0 puncte)

IIA. O rază de lumină cade pe o placă plan-paralelă de sticlă cu grosimea $d = 2$ cm sub unghiul de incidență $\alpha = 30^\circ$ (Fig. IIA-1.). Indicele de refracție al sticlei $n = 1,5$.

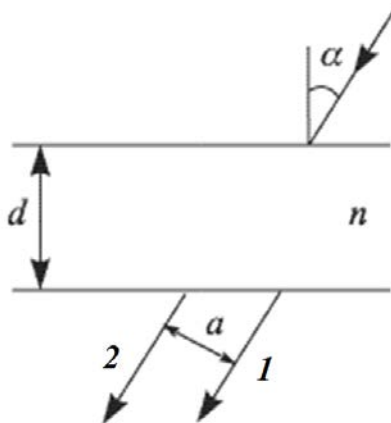


Fig. IIA-1.

Determinați:

IIA.1. Mersul razelor de lumină în placa de sticlă, indicând unghiurile de incidență, reflecție și refracție corespunzătoare; (0,5 puncte)

IIA.2. Distanța a dintre raza care a trecut prin placă fără reflecție (1) și cea care a fost reflectată dublu de la suprafețele plăcii (2). (2,5 puncte)

Problema IIB

(7,0 puncte)

IIB. Sistemul optic, prezentat în Fig. IIB-1, este format din lentila plan-convexă de sticlă cu raza de curbură $R = 20$ cm, placa subțire de sticlă cu grosimea $\delta = 8$ mm, și lentila plan-concavă de sticlă cu raza de curbură $(R - \delta)$. Indicele de refracție al sticlei $n = 1,5$. Un fascicol subțire de lumină cade normal pe lentila plan-convexă de-a lungul axei optice.

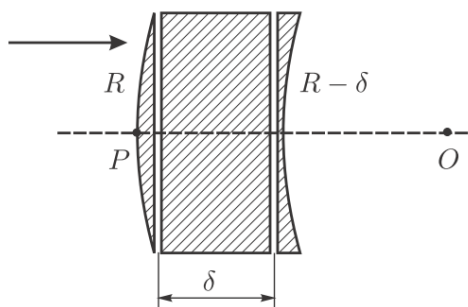


Fig. IIB-1.

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agenția Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
 CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

IIB.1. Determinați distanța focală F a sistemului optic.

(7,0 puncte)

Indicații la problema IIB:

În această problemă este necesar de a utiliza formula pentru construirea imaginii optice la refracția de la suprafața sferică (Fig. IIB-2):

$$\frac{n_1}{a} - \frac{n_2}{b} = \frac{n_1 - n_2}{R}.$$

Aici n_1 și n_2 reprezintă indicele de refracție al primului mediu și mediului al doilea, respectiv (în sensul mersului razei de lumină), separate prin suprafața sferică dată, iar mărimile a , b și R , luate cu semnul «+» ori «-», reprezintă distanțele de la suprafața sferei până la sursa de lumină S , imaginea optică a ei S_1 și centrul sferei O , respectiv (Fig. IIB-2). Semnul «+» se va lua atunci, când distanța corespunzătoare se măsoară în sensul mersului razei de lumină, în caz contrar se va lua semnul «-».

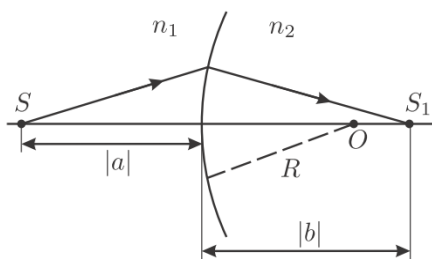
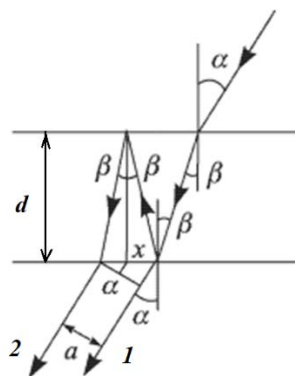


Fig. IIB-2.

Soluție:

Problema IIA.

IIA.1: Mersul razelor este prezentat în Fig. IIA-2.



0,5 p.

Fig. IIA-2.

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

IIA.2: Stabilirea relației dintre indicele de refracție al plăcii de sticlă și unghiurile de reflecție și refracție:

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad (1) \quad \text{0,5 p.}$$

Lungimea segmentului x (vezi Fig. IIA-2), poate fi exprimată în felul următor:

$$x = 2d \cdot \operatorname{tg} \beta, \quad (2) \quad \text{0,5 p.}$$

Expresia pentru $\sin \beta$ din (1) o substituim în expresia (2), obținem:

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}, \quad (3)$$

Determinarea lui x ținând cont de expresiile (2) și (3):

$$x = 2d \cdot \operatorname{tg} \beta = 2d \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = 2d \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 - \sin^2 \beta}} = 2d \frac{\sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}, \quad (4) \quad \text{1,0 p.}$$

Exprimarea distanței a prin intermediul lui x din Fig. IIA-2:

$$a = x \cos \alpha = 2d \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} = d \frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \cong 1.22 \text{ cm.} \quad \text{0,5 p.}$$

Problema IIB.

IIB.1.

Vom cerceta raza de lumină, care se propagă paralel cu axa optică (Fig. IIB-1) și vom stabili punctul de intersecție a ei cu axa optică după trecerea prin sistemul optic. Acest punct este centrul focal al sistemului.

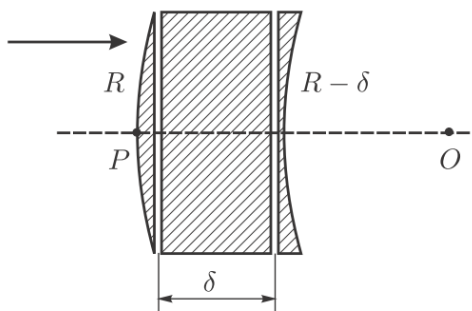


Fig. IIB-1.

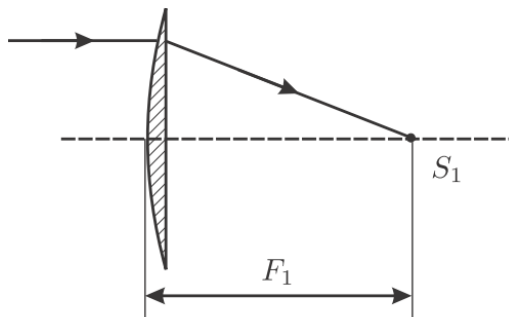
Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
 CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

Mai întâi raza de lumină va trece prin lentila plan-convexă și după refractarea în această lentilă raza se propagă către punctul S_1 (Fig. IIB-2), situat de la lentilă la distanța:

$$F_1 = \frac{R}{n-1}. \quad (1)$$

0,5 p.



0,5 p.

Fig. IIB-2.

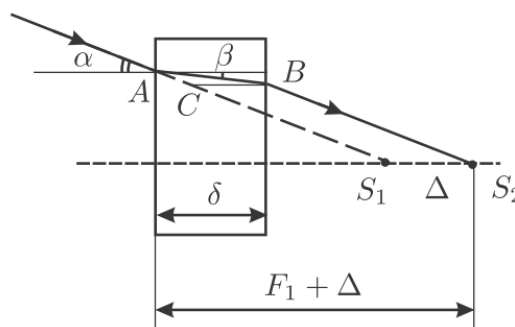


Fig. IIB-3.

1,0 p.

Apoi raza de lumină trece prin placa plan-paralelă, drept urmare punctul de intersecție cu axa optică se va deplasa cu mărimea Δ , pe care o determinăm din triunghiul ABC (Fig. IIB-3) conform teoremei sinusurilor:

$$\frac{BC}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{AB}{\sin(180^\circ - \alpha)}, \text{ sau } \frac{\Delta}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{\delta}{\cos \beta \cdot \sin \alpha}. \quad (2)$$

1,0 p.

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
 CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

Considerând, că cercetăm doar razele de lumină, apropiate de axa optică a sistemului, vom avea îndeplinite următoarele relații: $\sin\alpha \approx \alpha$, $\sin\beta \approx \beta$, $\cos\alpha \approx \cos\beta \approx 1$, cât și $\alpha/\beta \approx n$. Din expresia (2) determinăm Δ :

$$\Delta = \frac{\delta \sin(\alpha - \beta)}{\cos\beta \cdot \sin\alpha} \approx \delta \frac{n-1}{n}. \quad (3) \quad \text{0,5 p.}$$

Însă raza de lumină nu se va propaga prin punctul S_2 , deoarece se va refracta în lentila plan-concavă, distanța focală a căreia este:

$$F_2 = -\frac{R-\delta}{n-1}. \quad (4) \quad \text{0,5 p.}$$

Mersul ulterior al razei este prezentat în Fig. IIB-4.

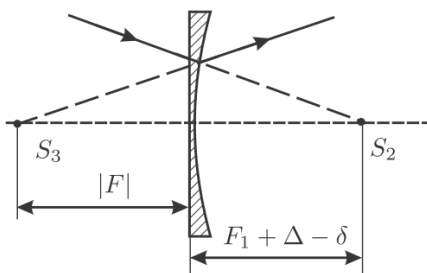


Fig. IIB-4.

1,0 p.

Raza va traversa sistemul optic astfel, de parcă vine din punctul S_3 . Distanța de la S_3 la lentilă, luată cu semnul «-», este distanța focală a F a sistemului optic dat. Pentru lentila prezentată în Fig. IIB-4 S_3 este imaginea virtuală a sursei virtuale S_2 . Pentru determinarea lui F vom aplica formula lentilei:

$$\frac{1}{F} - \frac{1}{F_1 + \Delta - \delta} = \frac{1}{F_2}, \quad (5) \quad \text{0,5 p.}$$

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

Luând în considerație, că $\delta \ll R$ și ținând cont de expresiile (1), (3), (4) și (5), obținem:

$$\frac{1}{F} = -\frac{n-1}{R-\delta} + \frac{1}{\frac{R}{n-1} + \delta \frac{n-1}{n} - \delta} \approx -\frac{n-1}{nR^2} \delta. \quad (6) \quad \text{1,0 p.}$$

Din expresia (6) vom determina distanța focală F :

$$F = -\frac{n}{n-1} \cdot \frac{R^2}{\delta} \approx -15 \text{ m.} \quad \text{0,5 p.}$$

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

Problema III

(10,0 puncte)

III. Un corp de formă cubică din aluminiu cu densitatea ρ_{Al} , în care există goluri, a fost suspendat de un arc suficient de lung cu constanta elastică κ și scufundat complet într-un vas cilindric cu lichid cu densitatea ρ ($\rho < \rho_{Al}$). În acest caz alungirea arcului este Δl_1 . Considerând volumul corpului egal cu V :

III. 1. Determinați volumul golurilor din corp V_0 . **(2 puncte)**

III.2. Care ar fi alungirea arcului Δl_2 , dacă 30 % din goluri ar fi fost umplute cu un lichid identic cu cel din vas? **(2 puncte)**

III.3. Cum se va modifica alungirea arcului, în comparație cu Δl_2 , dacă în vas se va adăuga un alt lichid cu densitatea $n \cdot \rho$ și volumul de n ori mai mic decât volumul primului lichid? Considerați că lichidul al doilea se amestecă uniform cu primul lichid și nu pătrunde în interiorul corpului din aluminiu, iar $n = \frac{1}{2}$. **(3 puncte)**

III.4. Determinați alungirea arcului Δl_4 în cazul, când tot sistemul (punctul de suspensie + suportul + vasul cu lichidele amestecate) se mișcă vertical în jos cu accelerația $\vec{a} = \frac{1}{4} \vec{g}$. **(3 puncte)**

Soluție:

III.1: Asupra corpului vor acționa trei forțe: forța de greutate \vec{G} , forța Arhimede \vec{F}_A și forța elastică \vec{F}_e . În poziția de echilibru:

$$F_A + F_e = mg \quad \text{0,5 p}$$

$$\rho V g + k \Delta l_1 = \rho_{Al} (V - V_0) g \quad \text{1,0 p}$$

$$V_0 = \frac{(\rho_{Al} - \rho)V}{\rho_{Al}} - \frac{k \Delta l_1}{\rho_{Al} g} \quad \text{0,5 p}$$

III.2:

$$V_l = 0,3 \cdot V_0$$

$$\rho V g + k \Delta l_2 = \rho_{Al} (V - V_0) g + \rho V_l g \quad \text{0,5 p}$$

$$k \Delta l_2 - k \Delta l_1 = \rho V_l g \quad \text{1,0 p}$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 + \frac{\rho V_l g}{k} = \Delta l_1 \left(1 - 0,3 \frac{\rho}{\rho_{Al}}\right) + 0,3 \frac{\rho (\rho_{Al} - \rho) V g}{\rho_{Al} k} \quad \text{0,5 p}$$

III.3:

Determinăm densitatea lichidului din vas ρ_{am} după amestecarea primului și celui de al doilea lichid:

Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova
Agencia Națională pentru Curriculum și Evaluare
OLIMPIADA REPUBLICANĂ LA FIZICĂ, EDIȚIA LVI
 CHIȘINĂU, 20 martie 2022

cl. 11

$$\rho_{am} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho V_1 + n \rho \frac{V_1}{n}}{V_1(1 + \frac{1}{n})} = \frac{2 \rho V_1}{V_1(1 + \frac{1}{n})} = \frac{2 \rho n}{1 + n} = \frac{2}{3} \rho$$

1,5 p

$$\rho_{am} V g + k \Delta l_3 = \rho_{Al} (V - V_0) g + \rho V_l g$$

0,5 p

$$\rho_{am} V g + k \Delta l_3 = \rho V g + k \Delta l_2$$

$$k(\Delta l_3 - \Delta l_2) = \frac{1}{3} \rho V g$$

0,5 p

$$\Delta l_3 - \Delta l_2 = \frac{1}{3} \frac{\rho V g}{k}$$

0,5 p

III.4: La mișcarea accelerată a vasului cu lichid se modifică forța Arhimede. Pentru deducerea ei vom stabili forța, cu care acționează coloana de lichid cu înălțimea h și masa $m_l = \rho_l h S$ în vasul cilindric cu aria secțiunii transversale S , reieșind din ecuația mișcării coloanei de lichid în acest vas:

$$m_l g - p S = m_l a,$$

0,5 p

unde p – presiunea în lichid la adâncimea h .

$$p = \frac{m_l (g - a)}{S} = \rho_l h (g - a)$$

$$\text{Atunci } F_A = \rho_l V (g - a)$$

0,5 p

$$m g - \rho_{am} V (g - a) - k \Delta l_4 = m a$$

0,5 p

$$\rho_{am} V (g - a) + k \Delta l_4 = m (g - a)$$

$$\rho_{am} V (g - a) + k \Delta l_4 = (\rho V_l + \rho_{Al} (V - V_0)) (g - a)$$

$$\Delta l_4 = \frac{(\rho V_l + \rho_{Al} (V - V_0) - \rho_{am} V) (g - a)}{k}$$

0,5 p

Din **III.3:**

$$\rho_{am} V g + k \Delta l_3 = \rho_{Al} (V - V_0) g + \rho V_l g$$

0,5 p

$$\rho V_l + \rho_{Al} (V - V_0) - \rho_{am} V = \frac{k \Delta l_3}{g}$$

$$\Delta l_4 = \Delta l_3 \frac{g - a}{g} = \frac{3}{4} \left[\Delta l_1 \left(1 - 0,3 \frac{\rho}{\rho_{Al}} \right) + 0,3 \frac{\rho (\rho_{Al} - \rho) V g}{\rho_{Al} k} + \frac{1}{3} \frac{\rho V g}{k} \right]$$

0,5 p