Olimpiada Republicană la Matematică
Prima zi, 29 februarie 2020, Clasa a IX–a

9.1. Să se afle toate numerele naturale n ($n>1$), care satisfac următoarea condiţie: din mulţimea de numere $\{1,2,3,\ldots,n\}$ poate fi eliminat un număr astfel, încât media aritmetică a numerelor din mulţime să se schimbe cu $\frac{1}{2020}$. Pentru fiecare astfel de număr n să se arate şi numărul eliminat.

9.2. Cercul este divizat de 2020 de puncte în 2020 de arce egale. Păcală susţine, că poate construi o linie frântă închisă cu vârfurile în toate aceste puncte astfel, încât oricare două segmente ale ei să nu fie paralele. Are dreptate Păcală?

9.3. Bisectoarele BB_1 şi CC_1 ale triunghiului ABC se intersectează în punctul O. Măsura unghiului $\angle BOC$ este egală cu 120^0. Cercul, circumscris triunghiului BC_1O, intersectează latura BC în punctul D. Să se demonstreze, că $AD\perp B_1C_1$.

9.4. Să se demonstreze, că pentru oricare numere pozitive a, b, c este adevărată inegalitatea
$$\frac{a+b-2c}{b+c}+\frac{b+c-2a}{c+a}+\frac{c+a-2b}{a+b}\geq 0.$$
Când are loc egalitatea?

Timp de lucru: 240 minute
Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

Olimpiada Republicană la Matematică
Prima zi, 29 februarie 2020, Clasa a IX–a

9.1. Să se afle toate numerele naturale n ($n>1$), care satisfac următoarea condiţie: din mulţimea de numere $\{1,2,3,\ldots,n\}$ poate fi eliminat un număr astfel, încât media aritmetică a numerelor din mulţime să se schimbe cu $\frac{1}{2020}$. Pentru fiecare astfel de număr n să se arate şi numărul eliminat.

9.2. Cercul este divizat de 2020 de puncte în 2020 de arce egale. Păcală susţine, că poate construi o linie frântă închisă cu vârfurile în toate aceste puncte astfel, încât oricare două segmente ale ei să nu fie paralele. Are dreptate Păcală?

9.3. Bisectoarele BB_1 şi CC_1 ale triunghiului ABC se intersectează în punctul O. Măsura unghiului $\angle BOC$ este egală cu 120^0. Cercul, circumscris triunghiului BC_1O, intersectează latura BC în punctul D. Să se demonstreze, că $AD\perp B_1C_1$.

9.4. Să se demonstreze, că pentru oricare numere pozitive a, b, c este adevărată inegalitatea
$$\frac{a+b-2c}{b+c}+\frac{b+c-2a}{c+a}+\frac{c+a-2b}{a+b}\geq 0.$$
Când are loc egalitatea?

Timp de lucru: 240 minute
Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !