

**Республиканская Олимпиада по Математике**  
**Первый день, 29 февраля 2020 года, VIII-й класс**

8.1. Алина пишет трехзначное число  $A$ . Затем она вычисляет сумму цифр и произведение цифр числа  $A$ , и складывает эти два числа. Может ли Алина получить в итоге исходное число  $A$ ? Аргументируйте ответ.

8.2. Решите в действительных числах уравнение:  $(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$ .

8.3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AA_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что если длины перпендикуляров, опущенных из вершины  $B$  на прямые  $AA_1$  и  $CC_1$  равны, то треугольник  $ABC$  – равнобедренный.

8.4. Докажите, что для любых действительных положительных чисел  $a, b$  и  $c$  справедливо неравенство

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^2}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{3}{4}.$$

**Время работы: 240 минут.**

**Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

.....

**Республиканская Олимпиада по Математике**  
**Первый день, 29 февраля 2020 года, VIII-й класс**

8.1. Алина пишет трехзначное число  $A$ . Затем она вычисляет сумму цифр и произведение цифр числа  $A$ , и складывает эти два числа. Может ли Алина получить в итоге исходное число  $A$ ? Аргументируйте ответ.

8.2. Решите в действительных числах уравнение:  $(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$ .

8.3. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены биссектрисы  $AA_1$  и  $CC_1$ . Докажите, что если длины перпендикуляров, опущенных из вершины  $B$  на прямые  $AA_1$  и  $CC_1$  равны, то треугольник  $ABC$  – равнобедренный.

8.4. Докажите, что для любых действительных положительных чисел  $a, b$  и  $c$  справедливо неравенство

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^2}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{3}{4}.$$

**Время работы: 240 минут.**

**Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**