

Olimpiada Republicană la Matematică

Prima zi, 29 februarie 2020, Clasa a VIII-a

8.1. Alina scrie un număr natural A de trei cifre. Apoi ea calculează suma cifrelor și produsul cifrelor numărului A , și adună aceste două numere. Poate Alina să obțină ca rezultat numărul inițial A ? Argumentați răspunsul.

8.2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$.

8.3. În triunghiul ascuțitunghic ABC sunt duse bisectoarele AA_1 și CC_1 . Demonstrați, că dacă lungimile perpendicularelor, construite din punctul B la dreptele AA_1 și CC_1 sunt egale, atunci triunghiul ABC este isoscel.

8.4. Demonstrați, că pentru orice numere reale pozitive a, b și c este adevărată inegalitatea

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^2}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{3}{4}.$$

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !

Olimpiada Republicană la Matematică

Prima zi, 29 februarie 2020, Clasa a VIII-a

8.1. Alina scrie un număr natural A de trei cifre. Apoi ea calculează suma cifrelor și produsul cifrelor numărului A , și adună aceste două numere. Poate Alina să obțină ca rezultat numărul inițial A ? Argumentați răspunsul.

8.2. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $(x^2 - x - 1)^2 - x^3 = 5$.

8.3. În triunghiul ascuțitunghic ABC sunt duse bisectoarele AA_1 și CC_1 . Demonstrați, că dacă lungimile perpendicularelor, construite din punctul B la dreptele AA_1 și CC_1 sunt egale, atunci triunghiul ABC este isoscel.

8.4. Demonstrați, că pentru orice numere reale pozitive a, b și c este adevărată inegalitatea

$$\frac{a^2}{(a+b)(a+c)} + \frac{b^2}{(b+c)(b+a)} + \frac{c^2}{(c+a)(c+b)} \geq \frac{3}{4}.$$

Timp de lucru: 240 minute.

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. MULT SUCCES !