

Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 1 марта 2020 года, XII-й класс

12.5. Дана непрерывная функция $f: (1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt[4]{(x-1)^3(x+1)^5}}$. Найдите первообразные $F: (1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ функции f .

12.6. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в котором $m(\angle A_1 A D) = m(\angle A_1 A B) = m(\angle D A B) = 60^\circ$, и $C_1 A_1 = \sqrt{7}$ см, $C_1 B = \sqrt{13}$ см, $C_1 D = \sqrt{19}$ см. Найдите расстояние от точки A до плоскости $A_1 B D$.

12.7. Даны комплексные числа z_1, z_2, z_3 такие, что $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ и $z_1 z_2 z_3 \neq -1$. Покажите, что

$$w = \frac{z_1 + z_2 + z_3 + z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3}{1 + z_1 z_2 z_3}$$

есть действительное число.

12.8. Найдите все непрерывные функции $f: \left[\frac{1}{e^2}; e^2\right] \rightarrow \mathbb{R}$, для которых

$$\int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} f(e^{-x}) dx - \int_{-2}^2 f^2(e^x) dx = \frac{1}{2}.$$

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!

Республиканская Олимпиада по Математике
Второй день, 1 марта 2020 года, XII-й класс

12.5. Дана непрерывная функция $f: (1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt[4]{(x-1)^3(x+1)^5}}$. Найдите первообразные $F: (1; +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ функции f .

12.6. Дан параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в котором $m(\angle A_1 A D) = m(\angle A_1 A B) = m(\angle D A B) = 60^\circ$, и $C_1 A_1 = \sqrt{7}$ см, $C_1 B = \sqrt{13}$ см, $C_1 D = \sqrt{19}$ см. Найдите расстояние от точки A до плоскости $A_1 B D$.

12.7. Даны комплексные числа z_1, z_2, z_3 такие, что $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ и $z_1 z_2 z_3 \neq -1$. Покажите, что

$$w = \frac{z_1 + z_2 + z_3 + z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3}{1 + z_1 z_2 z_3}$$

есть действительное число.

12.8. Найдите все непрерывные функции $f: \left[\frac{1}{e^2}; e^2\right] \rightarrow \mathbb{R}$, для которых

$$\int_{-2}^2 \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} f(e^{-x}) dx - \int_{-2}^2 f^2(e^x) dx = \frac{1}{2}.$$

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!