Республиканская Олимпиада по Математике
Первый день, 29 февраля 2020 года, XII-й класс

12.1. a) Вычислите:

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \arcsin\frac{1}{x}\right) dx$$

b) Сравните числа: $\frac{\pi}{6}$ и $\ln\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

12.2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -a & \frac{1}{1-a} \\ a^3 - 1 & 1 + a \end{pmatrix}$, где $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Найдите $A^{2021} - A^{2020}$.

12.3. Остроугольный равнобедренный треугольник ABC, $m(\angle B)= m(\angle C) = \alpha$, служит основанием призмы $ABCA_1B_1C_1$. Боковое ребро A_1A перпендикулярно ребру AC, и $m(\angle A_1AB) = \beta < 90°$. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если известно, что $A_1A = BC = a$.

12.4. Пусть $I_n = \int_1^n \frac{[x]}{x^2+1} dx$, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{I_n}{\ln n}$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**

Республиканская Олимпиада по Математике
Первый день, 29 февраля 2020 года, XII-й класс

12.1. a) Вычислите:

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - \arcsin\frac{1}{x}\right) dx$$

b) Сравните числа: $\frac{\pi}{6}$ и $\ln\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

12.2. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} -a & \frac{1}{1-a} \\ a^3 - 1 & 1 + a \end{pmatrix}$, где $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Найдите $A^{2021} - A^{2020}$.

12.3. Остроугольный равнобедренный треугольник ABC, $m(\angle B)= m(\angle C) = \alpha$, служит основанием призмы $ABCA_1B_1C_1$. Боковое ребро A_1A перпендикулярно ребру AC, и $m(\angle A_1AB) = \beta < 90°$. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если известно, что $A_1A = BC = a$.

12.4. Пусть $I_n = \int_1^n \frac{[x]}{x^2+1} dx$, $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Вычислите: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{I_n}{\ln n}$.

Время работы: 240 минут.

Правильное решение каждой задачи оценивается в 7 баллов. **ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ!**